

THÈSE

présentée à

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET
DES MICROTECHNIQUES DE BESANÇON

pour obtenir le

DIPLÔME DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

Spécialité mécanique

par

PIERRE Michel

Ingénieur E.N.S.M.M.

**ETUDES EXPÉRIMENTALES ET MODÉLISATION
DES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES
D'UN MATÉRIAU COMPOSITE EN VERRE EPOXY**

Soutenue le 13 Septembre 1983 devant la Commission d'Examen :

M. R. CHALEAT, Professeur

Président

MM. M. DE MENDES, Directeur scientifique de la Société SOURIAU

D. MENKES, Ingénieur de la Société ELF-AQUITAINE

H. LECOANET, Chargé de recherche CNRS

C. OYTANA, Professeur

D. ROUBY, Docteur d'Etat

Examineurs

THÈSE

présentée à

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET
DES MICROTECHNIQUES DE BESANÇON

pour obtenir le

DIPLOME DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

Spécialité mécanique

Digitized by the Internet Archive
in 2026

PIERRE MICHEL
Ingénieur E.N.S.M.E.

ETUDES EXPÉRIMENTALES ET MODÉLISATION
DES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES
D'UN MATÉRIAU COMPOSITE EN VERRE EPOXY

Soutenue le 12 Septembre 1962 devant la Commission d'Examen :

M. A. CHAUAT, Président

Président

M. M. DE LORÈRE, Directeur scientifique de la Thèse (COUILLON)

C. OTTENS, Président
G. BOUTIN, Directeur d'Étude

https://archive.org/details/IA41546621_0026

THÈSE

présentée à

L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET
DES MICROTECHNIQUES DE BESANÇON

pour obtenir le

DIPLÔME DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

Spécialité mécanique

par

PIERRE Michel

Ingénieur E.N.S.M.M.

**ETUDES EXPÉRIMENTALES ET MODÉLISATION
DES CARACTÉRISTIQUES MÉCANIQUES
D'UN MATÉRIAU COMPOSITE EN VERRE EPOXY**

Soutenue le 13 Septembre 1983 devant la Commission d'Examen :

M. R. CHALEAT, Professeur

Président

MM. M. DE MENDES, Directeur scientifique de la Société SOURIAU

D. MENKES, Ingénieur de la Société ELF-AQUITAINE

H. LECOANET, Chargé de recherche CNRS

C. OYTANA, Professeur

D. ROUBY, Docteur d'Etat

Examineurs

UNIVERSITE DE FRANCHE-COMTE - BESANCON -

Président : Monsieur le Professeur Jacques ROBERT

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DE MECANIQUE ET DES MICROTECHNIQUES

DIRECTEUR : M. le Professeur Raymond CHALEAT
Laboratoire de Mécanique Appliquée

DIRECTEUR HONORAIRE : Monsieur le Professeur Pierre MESNAGE

PROFESSEURS

M. Pierre ANDRE
M. André AVRAMESCO
M. Raymond BESSON
M. Alain FAURE
M. Daniel HAUDEN
M. François LHOTE
Mme Lucette LOSCO
M. Claude ROQUES-CARMES

Responsable des Services Administratifs

Mme Jocelyne HAUTON

Président : Monsieur le Professeur Jacques ROBERT

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DE MECANIQUE ET DES MICROTECHNIQUES
BESANCON

Directeur : Monsieur le Professeur Raymond CHALEAT
Mécanique Appliquée

Directeur Honoraire :
Monsieur le Professeur Pierre MESNAGE

MM. ANDRE Pierre	: Informatique Industrielle	HAUDEN Daniel	: Microélectronique
AVRAMESCO André	: Mathématiques	Mme LOSCO Lucette	: Mécanique
BESSON Raymond	: Electronique	ROQUES-CARMES Claude	: Matériaux
FAURE Alain	: Automatique		

Responsable des Services Administratifs : Madame Jocelyne HAUTON

FACULTE DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES :

MM. ALBIGNAC Roland	:	Biologie Animale et Ecologie
BANTEGNIE Robert	:	Mathématiques
BENILAN Philippe	:	Mathématiques
BERNARD Jean	:	Chimie Physique
BIDAULT Michel	:	Taxonomie Expérimentale
Mme BRIDE Michèle	:	Embryologie Zoologie
BROQUET Paul	:	Géologie
BRUCKERT Sylvain	:	Ecologie Végétale
BULABOIS Jean	:	Physique Générale Optique
CAPODANNO Pierre	:	Mécanique Théorique
CERUTTI Ernest	:	Chimie
CHALEAT Raymond	:	Mécanique Appliquée
CHAMBAUDET Alain	:	Chimie
CHARDON J. Claude	:	Spectroscopie
CHAUVE Pierre	:	Géologie Minéralogie
COUGNARD Jean	:	Mathématiques
DEVIN Claude	:	Chimie 1er cycle
DOBREMEZ J. François	:	Biologie
DUBOUCHET Jacques	:	Physiologie Végétale
GALATRY Louis	:	Physique Moléculaire
GAUDEMER Yves	:	Biochimie
GIRARDET Claude	:	Physique Moléculaire
GOMOT Lucien	:	Zoologie-Embryologie
GOUARNE René	:	Mathématiques
GRAS Georges	:	Mathématiques
GREMILLARD Jean	:	Mathématiques
JOLICARD Georges	:	Physique Moléculaire
KARCHE J. Paul	:	Pétrographie Minéralogie
LALLEMENT Gérard	:	Mécanique Appliquée
LAUDE Bernard	:	Chimie Organique
LESAINT Pierre	:	Analyse Numérique
LHOTE François	:	Automatique
MAGNIN Jacky	:	Géologie Structurale Appliquée
MERIGOUX Henri	:	Cristallographie et Synthèses Minérales
MIELLOU J. Claude	:	Analyse Numérique
MILLET Bernard	:	Botanique
MONTAGNER Hubert	:	Psychophysiologie
MOREELS Guy	:	Astronomie
OLIVIER Marcel	:	Electronique Quantique

OYTANA Claude	:	Mécanique Appliquée
PAGETTI Jacques	:	Corrosion et traitements de surface
PARIZET Jean	:	Mathématiques
POTIER Robert	:	Physique des solides
RANGHEARD Yves	:	Géologie
RIPPLINGER Jean	:	Physiologie animale
ROBERT Daniel	:	Physique
ROBERT Guy	:	Electrochimie
ROBERT Jacques	:	Mathématiques
STRICKER Christophe	:	Mathématiques
THEOBALD J. Gérard	:	Spectroscopie hertzienne
THIEBAUT Jean	:	Pétrographie
TREHEL Michel	:	Informatique
VERNEAUX Jean	:	Zoologie-Embryologie
VENOT J. Charles	:	Physique Générale Optique
VIGOUREUX J. Marie	:	Physique
WEIL Michel	:	Mathématiques

IUT de BESANCON

MM. GENTYL Claude	Spécialité :	Physique
SONZOGNO Robert	Spécialité :	Mécanique

IUT de BELFORT

MM. KAUFFMANN J. Marie	Spécialité :	Electrotechnique
MANDRET Gérard	Spécialité :	Electronique
OIKNINE Claude	Spécialité :	Mécanique
PRENEL J. Pierre	Spécialité :	Physique
STAMON Georges	Spécialité :	Informatique
RONDOT Daniel	Spécialité :	Métallurgie
CLAD Raymond	Spécialité :	Electronique

AVANT - PROPOS

L'étude présentée a été réalisée au Laboratoire de Mécanique Appliquée, Laboratoire associé au C.N.R.S., dans le cadre d'une bourse de Docteur-Ingénieur accordée par le C.N.R.S.

Que Messieurs les Professeurs R. CHALEAT, C. OYTANA et Messieurs H. LECOANET, D. ROUBY, M. DE MENDES, D. MENKES, qui ont bien voulu s'intéresser à ce travail et me faire l'honneur d'être Président et examinateurs du Jury de thèse, trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur R. CHALEAT, Directeur du Laboratoire, pour l'accueil qu'il m'a accordé et l'honneur qu'il me fait en présidant le Jury de cette thèse.

Je voudrais souligner la part importante prise par Monsieur le Professeur OYTANA qui a dirigé mes recherches et m'a éclairé de ses enseignements.

Je remercie Monsieur D. VARCHON, Docteur-Ingénieur, pour son aide dans l'importante étude expérimentale que comporte ce mémoire, ainsi que Monsieur J. PIRANDA, Docteur-Ingénieur C.N.R.S., pour la mise au point des systèmes d'acquisitions et traitements informatiques.

Je tiens à remercier également tous mes collègues et amis de l'équipe de rhéologie pour l'aide précieuse qu'ils m'ont apportée.

Ces remerciements seraient incomplets si je ne mentionnais pas Mademoiselle S. COSTILLE pour les soins apportés à la rédaction de ce mémoire.

R E S U M E

La présente étude vise à apporter une contribution à la détermination des lois de comportement et de la modélisation rhéologique d'un matériau composite constitué d'un stratifié de tissus de verre et d'une matrice de résine époxy.

Le problème étudié est la modélisation du comportement homogène équivalent qui constitue une première étape nécessaire au calcul de structures composites. L'objectif est la compréhension du comportement local de la maille élémentaire.

La complexité du comportement du matériau étudié a exigé une étude expérimentale conséquente.

Des essais uniaxiaux de traction ou de compression ont été effectués suivant différentes orientations de la plaque composite afin de caractériser les propriétés mécaniques du matériau (modules d'Young, charges de rupture, allongements à la rupture, limites élastiques...). Des mesures par ondes ultrasonores ont confirmé les propriétés élastiques obtenues par ces premiers essais.

Pour l'étude du comportement à long terme des essais de fluage et de relaxation en traction uniaxiale ont été réalisés suivant différentes directions de la plaque, dans une gamme de température de 20°C à 80°C.

La méthodologie expérimentale utilisée permet de pallier aux difficultés liées aux types d'essais et aux problèmes propres aux composites (ancrage des têtes d'éprouvette, forme et dimensionnement des éprouvettes, effets de bord et effets gradients...)

Il est intéressant de signaler que cette étude n'est pas spécifique du composite précis qui est présenté, mais qu'elle peut être adaptée à n'importe quel autre type de composite constitué d'une matrice (résine, car-

bone, métal ou céramique) renforcée par des fibres ou tout autre forme d'inclusions.

La modélisation mathématique du matériau est bâtie sur les comportements observés, mais aussi sur certaines idées intuitives du comportement local. L'hypothèse essentielle est le découplage entre le comportement en traction et en cisaillement, hypothèse qui permet d'expliquer la grande différence d'amplitude de déformation obtenue en fluage entre les essais effectués dans les directions de renforcement et les essais "hors-axes" d'une part, et d'autre part, cette hypothèse permet d'effectuer le passage des essais de fluage aux essais de relaxation.

Le matériau qui présente géométriquement trois plans de symétrie orthogonaux a été identifié mécaniquement comme étant orthotrope. En chargement monotone, le comportement en traction dans les directions de renforcement est pratiquement linéaire, élastique, fragile.

Hors des axes de renforcement, le comportement en traction est élastoplastique avec écrouissage linéaire.

Des essais de cyclage (c'est-à-dire avec déchargement à contrainte nulle) effectués au cours du chargement en traction, ont mis en évidence la présence de cycles d'hystérésis qui ont été attribués à un effet Bauschinger dû à la matrice. Cette analyse a été confirmée lors de décrements de la contrainte au cours d'essais de fluage où nous avons pu observer un fluage négatif. Nous avons donc la présence d'un écrouissage cinématique.

Les essais statiques de fluage et de relaxation ont mis en évidence un comportement viscoplastique. L'anisotropie de l'écoulement viscoplastique a été modélisée moyennant deux hypothèses :

- l'orthotropie initiale n'est pas modifiée,
- il n'y a pas d'interaction entre les compliances.

Cette dernière hypothèse rejoint l'hypothèse faite précédemment du découplage du comportement en traction et en cisaillement.

Aucune hypothèse sur l'existence d'un potentiel élastoviscoplastique et sur l'adoption de la règle de normalité de l'écoulement n'a été faite pour le composite. La seule règle de convexité des calculs a été conservée pour permettre, dans le cadre d'une étude ultérieure, l'application d'une théorie de l'endommagement qui devrait interpréter certains phénomènes observés (blanchiment de l'éprouvette...).

Enfin, un modèle structure est proposé, il permet, à partir des lois de comportement du verre et de l'époxy dans la gamme de température de 20°C à 80°C :

- comportement élastique linéaire fragile pour le verre,
- comportement élastoviscoplastique pour l'époxy,

d'interpréter et de modéliser le comportement global du composite en traction, fluage et relaxation ; l'ensemble des résultats permettant le calcul de prévision du comportement du composite à long terme.

REMARQUES PRELIMINAIRES - NOTATIONS

I. Références dans le texte -

Nous avons numéroté les formules dans l'ordre d'apparition dans le texte pour chacune des grandes parties suivantes : 1ère Partie, 2ème Partie, 3ème Partie.

II. Références bibliographiques -

L'ensemble de ces références est numéroté et répertorié à la fin du texte par ordre d'apparition dans le texte.

III. Principales notations utilisées -

$(1,2,3)$ ou (x,y,z) ou x_i : coordonnées cartésiennes

σ_{ij} (ou σ), ϵ_{ij} (ou ϵ) : contraintes, déformations

C_{ijkl} , S_{ijkl} : coefficients de rigidité, de souplesse

E_{ij} , G_{ij} , ν_{ij} : modules d'Young, de cisaillement et de Poisson

(u,v,w) ou u_i : déplacements

ϑ , m , f , c : indices, ϑ repérant l'orientation,
 m correspondant à la matrice,
 f au fibre, C au composite

V_i , α_i : fraction volumique

r : indice utilisé pour les contraintes et déformations à la rupture

Γ_{ij} : tenseur de propagation de Christoffel

ρ : densité moyenne du composite

$\epsilon_{fl}^{\vartheta}$: déformation en fluage dans la direction ϑ

ϵ_e^m : déformation élastique de la matrice

ϵ_{vp}^m : déformation viscoplastique de la matrice

ϵ^m, ϵ^f : déformation totale de la matrice, des fibres

$\sigma_0^{\vartheta}, \epsilon_0^{\vartheta}$: contrainte et déformation initiale dans la direction ϑ

ϵ_p^m : déformation plastique de la matrice

E^{ϑ} : module d'Young apparent dans la direction ϑ

σ'_{ij} : composante du déviateur des contraintes

H' : module d'écrouissage

T : température

Pour ne pas surcharger les indices des coefficients tensoriels, nous avons utilisé, dans le texte, une réduction des indices avec la notation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sigma_1 = \sigma_{11} & \sigma_4 = \sigma_{32} \\ \sigma_2 = \sigma_{22} & \sigma_5 = \sigma_{13} \\ \sigma_3 = \sigma_{33} & \sigma_6 = \sigma_{21} \end{array} \right.$$

S O M M A I R E

<u>Introduction</u>	<u>Pages</u>
<u>Notations</u>	
<u>Première partie</u> : Etude théorique du problème de la détermination des lois de comportement et du modèle rhéologique d'un composite bidirectionnel et stratifié en verre-époxy	1
<u>CHAPITRE I</u> : Généralités et introduction aux milieux composites	1
<u>CHAPITRE II</u> : Description du composite étudié	3
2.1 - Caractéristiques du composite	3
2.2 - Caractéristiques des tissus de verre	4
2.3 - Caractéristiques de la résine époxy	6
2.3.1 - Viscoélasticité linéaire et non-linéaire	6
2.3.2 - Déformation plastique et rupture de la résine époxy	9
2.3.3 - Conclusion sur les propriétés rhéologiques de l'époxy	10
<u>CHAPITRE III</u> : Calculs prévisionnels	12
3.1 - Introduction	12
3.2 - Caractéristiques d'une couche élémentaire renforcée par fibres unidirectionnellement	12
3.3 - Méthode de calcul des stratifiés	14
3.4 - Caractéristiques d'une couche élémentaire renforcée par tissu	19
3.5 - Ajustement numérique d'un modèle prévisionnel des caractéristiques élastiques	19
3.6 - Modèles de comportement élastoviscoplastique des composites	21

3.6.1 - Modèle de Mac Lean	22
3.6.2 - Modèle de A.R.T. De Silva	24
3.6.3 - Modèle de Lilholt	24
3.6.4 - Approches de la modélisation multiaxiale de l'écoulement	25
3.6.5 - Conclusion	27

CHAPITRE IV : Difficultés liées aux essais uniaxiaux de traction

d'une plaque stratifiée orthotrope	28
4.1 - Influence des efforts exercés aux extrémités sur la répartition du champ de contraintes	28
4.2 - Influence des bords libres	28
4.3 - Essais hors des directions principales d'orthotropie	29
4.4 - Conclusion	31

Deuxième partie :

CHAPITRE V : Techniques et appareillages utilisés

5.1 - Forme des éprouvettes	32
5.2 - Principe des mesures	33
5.3 - Moyens expérimentaux	34
5.3.1 - Dispositif expérimental d'essais de traction	34
5.3.2 - Dispositifs expérimentaux d'essais de fluage	35
5.3.3 - Dispositifs expérimentaux d'essais de relaxation	37
5.3.4 - Conclusion	38

Troisième partie : Résultats expérimentaux et modélisation

CHAPITRE VI : Résultats et modélisation des essais de traction

6.1 - Introduction	40
6.2 - Forme des courbes de traction	40
6.3 - Détermination des caractéristiques mécaniques	42
6.3.1 - Mesure des modules d'Young et des coefficients de Poisson généralisés	42
6.3.2 - Limites élastiques caractérisées en traction uniaxiale	48
6.3.3 - Contraintes de rupture et allongements à la rupture en traction uniaxiale	51

6.4 - Contraintes résiduelles et cycles d'hystéresis des charges-décharges	55
6.5 - Conclusion sur les essais de traction	58
<u>CHAPITRE VII</u> : Essais de mesures par ondes ultrasonores	60
7.1 - Introduction	60
7.2 - Rappels théoriques et principe des mesures	60
7.2.1 - Dispositif expérimental et rappels théoriques	60
7.2.2 - Principe des mesures	62
7.3 - Résultats numériques	67
7.4 - Conclusion et limites inhérentes à la nature composite et aux dimensions géométriques des éprouvettes	69
<u>CHAPITRE VIII</u> : Résultats et modélisation des essais de fluage	71
8.1 - Présentation des essais	71
8.2 - Allure des courbes de fluage	71
8.3 - Approximation de la déformation macroscopique en fluage par une loi logarithmique du temps aux moyennes et fortes contraintes	72
8.4 - Influence de la contrainte appliquée	73
8.5 - Influence de la température	74
8.6 - Influence de l'orientation ϕ	75
8.6.1 - Hypothèse de la conservation de l'orthotropie initiale à l'état déformé	75
8.6.2 - Ajustement d'un modèle élastoviscoplastique de type Hill avec un écrouissage par le temps	76
8.7 - Interprétation physique des résultats et présentation d'un modèle structure	79
<u>CHAPITRE IX</u> : Résultats et modélisation des essais de relaxation	84
9.1 - Originalité de ce type d'essais	84
9.2 - But des essais de relaxation	84
9.3 - Aspects des courbes de relaxation normalisée	85
9.3.1 - Analyse des résultats en traction-relaxation	86
9.3.2 - Traitement numérique des résultats expérimentaux de relaxation	86

9.4 - Interprétation physique des résultats :	
"modèle structure"	87
9.4.1 - Passage de la modélisation en fluage à la modélisation de la relaxation dans les directions des fibres	87
9.4.2 - Passage de la modélisation en fluage à la modélisation des essais de relaxation "hors-axes"	88
9.5 - Conclusion	89
<u>CHAPITRE X</u> : Conclusion	90
<u>Bibliographie</u>	92

1ère Partie

Etude théorique du problème de la détermination des lois
de comportement et du modèle rhéologique d'un composite
bidirectionnel et stratifié en verre-epoxy

CHAPITRE I

Généralités et introduction aux milieux composites

Durant ces quinze dernières années, les matériaux composites - en particulier à fibres longues - ont été mis au point pour les besoins spécifiques de l'industrie aéronautique et spatiale. Dans d'autres secteurs industriels, on fait de plus en plus appel à ces matériaux chaque fois que l'on désire allier les performances mécaniques élevées à la légèreté des structures ou des pièces mécaniques.

Ces matériaux utilisés, qu'ils soient synthétiques (composites à fibres renforcés, stratifiés, bétons...) ou naturels (bois, roches, sols, tissus biologiques...), sont caractérisés par une forte anisotropie qui réclame l'utilisation d'un modèle rhéologique adéquat.

Les analyses actuelles font appel à la théorie classique de l'élasticité anisotrope [1,2,3,4] ou à celle de la viscoélasticité [5,6,7]. Dernièrement, une extension a été faite par certains auteurs [8,9,10,11,12] à l'étude du comportement des composites dans le domaine plastique et viscoplastique.

La grande majorité de ces approches est basée sur l'idée qu'un corps composite, par essence discontinu, hétérogène et souvent anisotrope, peut être remplacé par un milieu anisotrope équivalent, homogène et continu.

Si cette conception simplifie considérablement le calcul des structures composites, qui se traite alors par le biais de la mécanique des milieux continus, elle pose en contrepartie le problème de la détermination du milieu équivalent.

Une réponse est fournie par la "micromécanique" où il s'agit de décomposer le milieu en parties irréductibles (ou volume élémentaire représentatif) traduisant à elles seules l'état mécanique du milieu [13,14] .

L'étude du volume élémentaire représentatif (ou V.E.R.) se traite alors par les théories classiques de la mécanique et une identification pure et simple donne les caractéristiques mécaniques du milieu équivalent (théories de l'homogénéisation) [15,16] .

Une des grandes spécificités des matériaux composites, et qui fait l'objet de nombreux travaux [17,18,19], est l'étude des mécanismes d'endommagement : microfissures de la matrice, dégradation des interfaces fibre-matrice, déchaussement des fibres de renfort, délamination des strates... qui conduisent à la rupture des composites [20,21,22,23].

En conclusion à cette introduction, nous dirons qu'il y a deux approches possibles d'un matériau composite. Une approche micromécanique, où le composite est anisotrope et hétérogène ; une approche macromécanique, où il est anisotrope et homogène. L'approche micromécanique s'oriente davantage vers un calcul de prévision, c'est-à-dire que cette approche doit permettre de répondre à la question : quels constituants, matrice et renfort, doit-on utiliser ? Et avec quel arrangement géométrique doit-on les mélanger pour répondre au mieux mécaniquement et économiquement à un problème mécanique donné ?

L'approche macromécanique correspond à la réponse de l'approche micromécanique, c'est-à-dire que disposant d'un matériau composite déjà conçu, l'approche macromécanique doit permettre de décrire ses propriétés mécaniques et rhéologiques ; l'interprétation physique des lois de comportement du composite ne pouvant d'ailleurs se faire que par une approche micromécanique à partir des comportements rhéologiques des constituants du composite.

CHAPITRE II

Description du composite étudié

2.1 - Caractéristiques du composite :

C'est un composite industriel "fibres de verre-résine époxy" constitué d'un stratifié de 18 couches de tissus de verre ($0^\circ/90^\circ$), qui se présente sous la forme de plaque plane et rectangulaire dont l'épaisseur est de 3,2 mm. La figure 1 montre la structure géométrique du matériau.

Les fibres de verre dans le tissu, sont orientées suivant deux directions orthogonales :

- le sens trame repéré par la direction 1 ou 0° ,
- le sens chaîne repéré par la direction 2 ou 90° .

Le pourcentage volumique V_m de résine époxy est de 41 % ; celui des fibres de verre : $V_f = 59\%$ comporte une fraction volumique $\alpha_1 \approx 43\%$ dans la direction 1 et $\alpha_2 \approx 57\%$ dans la direction 2.

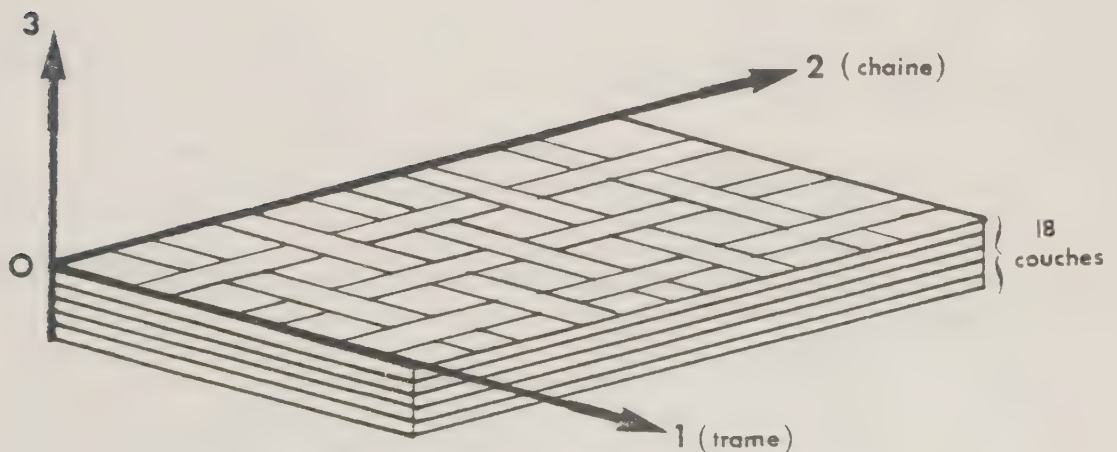


Figure 1 : Structure géométrique du composite étudié

2.2 - Caractéristiques des tissus de verre :

Le tissu est constitué de torcons de fils de verre tissés.

Le tableau 2 présente les caractéristiques des tissus avec la dénomination I.S.O. adoptée par la norme française.

Le tableau 3 présente le sens de l'empilage des différents tissus, on remarque que celui-ci est symétrique.

	nombre de tissus	code du tissu
sens de l'empilage	8	7628
	2	7642
	8	7826

Tableau 3 : empilage des différents tissus

code tissu	épaisseur moyenne couche	poids g/mm ²	diamètre fibre en chaîne	diamètre fibre en trame	nombre de fibres par pouce	
					chaîne	trame
7628	0,18 mm	203	9 µm	9 µm	17952 EC 968Z	13056 EC 968Z
7642	0,23 mm	207	9 µm	9 µm	17952 EC 968Z	16320 EC 9136Z

Tableau 2 : Caractéristiques des tissus de verre

L'interprétation de la norme I.S.O. est donnée avec le cas du code EC 968Z dans le tableau 4 .

E	type de verre utilisé
C	fil de silicone (continu)
9	diamètre de référence, en micromètre
68	masse linéique du fil, en tex (1 tex signifie que 1 km de fil pèse 1 gramme)
Z	sens de torsion un fil simple a une torsion Z lorsque, tenu en position verticale, les spires ou hélices formées par les fibres ou les filaments sont inclinées dans la même direction que le trait oblique de la let- tre Z (La lettre S indique une torsion en sens inverse).

Tableau 4 : exemple de la Norme ISO "EC968Z"

Le comportement rhéologique du verre dans la gamme de température, 20°C à 90°C, d'utilisation du composite est purement élastique linéaire avec rupture fragile.

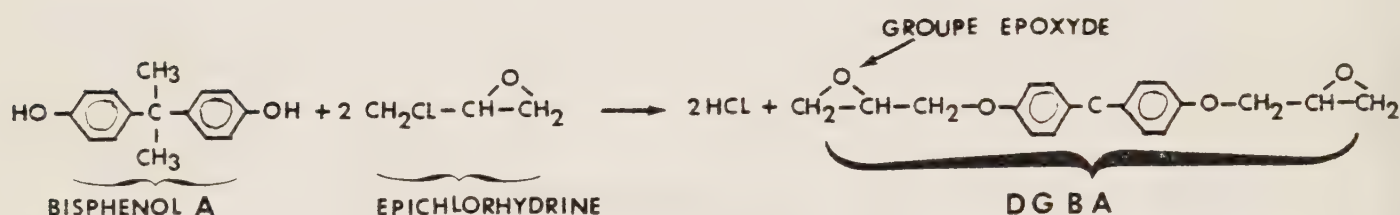
Dans le tableau 5 sont présentées les caractéristiques mécaniques d'un verre de type E analogue à celui utilisé dans notre composite, ces valeurs sont citées dans [24,25,26].

module d'Young	$E_f \approx 7300 \text{ da N/mm}^2$
coefficient de Poisson	$\nu_f \approx 0,25$
coefficient de Coulomb	$G_f \approx 2900 \text{ da N/mm}^2$
contrainte de rupture en traction	$\sigma_f^r \approx 340 \text{ da N/mm}^2$
allongement à la rupture en traction	$\epsilon_f^r \approx 4,6 \%$

Tableau 5 : caractéristiques mécaniques du verre

2.3 - Caractéristiques de la résine époxy :

La résine utilisée est une résine époxy dont le monomère de base est obtenu par réaction de l'épichlorhydrine sur le bisphénol A pour donner l'éther diglycidyl 1 du bisphénol A (DGEBA), suivant le schéma :



La résine époxy est une résine thermodurcissable, l'obtention des macromolécules se fait par polyaddition sous l'effet de la chaleur en présence de catalyseur, ce qui donne à la résine époxy une structure réticulée et tridimensionnelle mais totalement amorphe (à la différence des résines polyester qui sont semi-cristallines).

La température de transition vitreuse T_g de la résine époxy utilisée dans le composite est de 124°C.

Il a été impossible d'obtenir des éprouvettes de résine époxy seule (pour des raisons de secrets de fabrication industrielle), aussi avons nous utilisé les propriétés mécaniques et rhéologiques citées dans la littérature [27,28,29,30] pour un tel type de résine. Nous avons concentré notre recherche bibliographique sur les propriétés de l'époxy dans la gamme de température 20°C à 80°C qui correspond à celle d'utilisation du composite, nous sommes donc en dessous de la température vitreuse T_g de la résine.

2.3.1 - Viscoélasticité linéaire et non linéaire :

Sous faible contrainte, le comportement des matériaux polymères est décrit par des lois de type viscoélastique.

A l'échelle moléculaire, les déformations de liaison, les changements de configuration, les glissements des enchevêtrements sont les événements qui correspondent à la déformation.

Le modèle viscoélastique linéaire du type de celui de Voigt en parallèle (figure 6) décrit qualitativement le comportement d'une résine époxy.

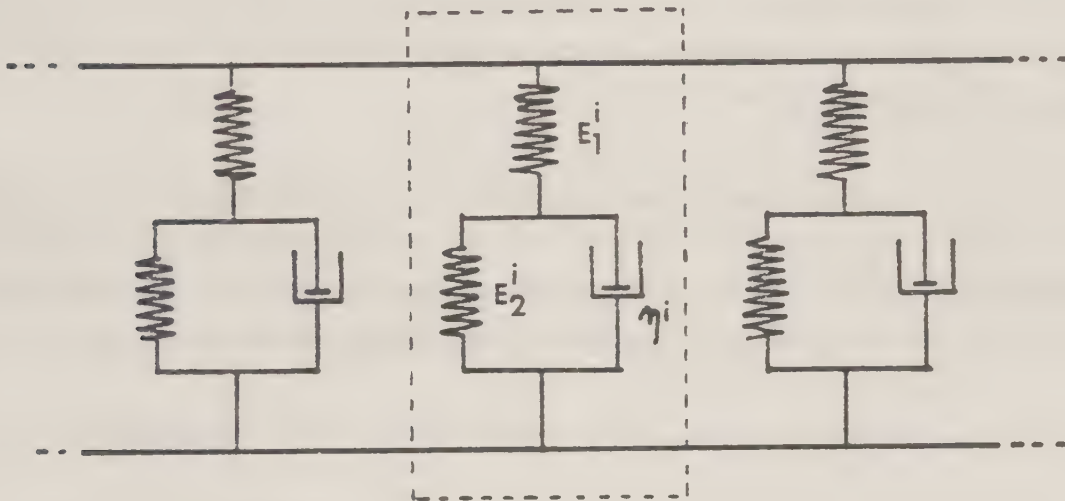


Figure 6 : Modèle analogique viscoélastique

Un élément i donne comme réponse en fluage : $\epsilon_i(t) = S_i(t) \sigma$ (1)

où $S_i(t)$ est la compliance définie par :

$$S_i(t) = \frac{1}{E_1^i} + \frac{1}{E_2^i} (1 - e^{-t/\tau_i^i}) \quad (2)$$

avec : $\tau_i = \eta_i/E_2^i$ (3)

Le comportement global en fluage de la résine est alors décrit par la compliance $S(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma}$ avec :

$$S(t) = \sum_{i=1}^n S_i(t) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \right) + \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} (1 - e^{-t/\tau_i}) \right] \quad (4)$$

La résine n'a pas un temps de relaxation précis τ , mais le comportement est bien décrit par un spectre de temps de relaxation τ s'étendant dans une gamme de temps assez large.

Sturgeon [33] montre d'autre part que la relation (4) permet d'ajuster une déformation en fluage de la forme :

$$\varepsilon(t) = b \log_{10} t \quad (5)$$

où b est une constante [34]. Cette équation (5) modélise le comportement de la résine dans la mesure où la déformation totale reste inférieure à 1 %, où son comportement est linéaire.

A déformation plus élevée, le comportement devient non linéaire, d'après Christensen [35], qui s'intéresse au cas unidimensionnel, la déformation en fluage due à une contrainte uniaxiale constante, s'écrit avec un modèle viscoélastique non linéaire suivant un polynôme de la contrainte, de la forme :

$$\varepsilon(t) = D_1(t) \sigma_0 + D_3(t, t, t) \sigma_0^3 + D_5(t, t, t, t, t) \sigma_0^5 + \dots \quad (6)$$

et pour un chargement quelconque, la réponse s'exprime en une somme d'intégrales de convolution :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t D_1(t-\tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau + \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^t D_3(t-\tau_1, t-\tau_2, t-\tau_3) \frac{d\sigma(\tau_1)}{d\tau_1} \frac{d\sigma(\tau_2)}{d\tau_2} \frac{d\sigma(\tau_3)}{d\tau_3} d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \dots \quad (7)$$

Schapery [36] propose une autre approche, déduite de considérations thermodynamiques. L'équation constitutive, modélisant le comportement du polymère sous un chargement uniaxial est donnée par :

$$\varepsilon(t) = g_0 D_0 + g_1 \int_{-\infty}^t \Delta D(\Psi - \Psi') \frac{dg_2}{d\tau} d\tau \quad (8)$$

où g_0 , g_1 et g_2 sont des fonctions de la contrainte, D_0 est la "compliance instantannée", ΔD est la "compliance retardée" et, Ψ et Ψ' des temps réduits.

Findley [37, 38] fait une approche empirique de la viscoélasticité non-linéaire. Il considère que quelle que soit la charge uniaxiale appliquée, la déformation en fluage est donnée par :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + f(\sigma) \cdot g(t) \quad (9)$$

$$\text{où } \varepsilon_0 \text{ est la déformation instantannée : } \varepsilon_0 = K_m^0 \sinh \left(\frac{\sigma}{\sigma_m^0} \right) \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\sigma) = K_m \sinh \left(\frac{\sigma}{\sigma_m} \right) \\ g(t) = t^n \end{array} \right. \quad (11)$$

$$(12)$$

où K_m^0 , σ_m^0 , K_m , σ_m , n sont des constantes du matériau.

R.H. Ericksen [39] propose, pour une matrice époxy ERLA 4617, le même résultat (9) mais où les fonctions f et g sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} f(\sigma) = K_m \sigma^m \\ g(t) = \log_{10} t \end{array} \right. \quad (13)$$

$$(14)$$

2.3.2 - Déformation plastique et rupture de la résine époxy :

A de plus fortes contraintes, apparaissent des déformations plastiques irréversibles. Il est bien difficile de distinguer le domaine viscoélastique non-linéaire du domaine plastique. A l'échelle microscopique, les premiers événements qu'il est possible de détecter sont des microglissements amorcés par des hétérogénéités de déformation, conséquence probable des fluctuations locales de densité. Macroscopiquement, ces transformations irréversibles très localisées, se situent dans la zone de viscoélasticité non-linéaire.

La structure macromoléculaire des matériaux polymères entraîne des comportements particuliers où l'on observe en même temps les influences des contraintes de cisaillement, facteur de plasticité, et des contraintes normales, facteurs de cavitation.

Dans un essai de traction où se composent les deux types de contraintes, si les seuils de contrainte de glissement et de cavitation sont proches l'un de l'autre, il se forme des microvides et l'évolution de ces microvides va gouverner le comportement [40]. Des craquelures (crazes) peuvent se développer de façon très localisée dans un plan perpendiculaire à la contrainte principale la plus élevée, le comportement général est donc fragile. Les résines époxydes présentent par ailleurs une sensibilité marquée à l'entaille et des comportements fortement dissymétriques en traction et en compression.

[21] propose d'adopter un critère de rupture de type Drucker-Prager pour décrire ce comportement dissymétrique de la matrice époxy :

$$\frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} + \left(\frac{S_m^2}{\sigma_m^t \sigma_m^c} - \frac{1}{3} \right) (\text{tr } \sigma)^2 + \frac{\sigma_m^c - \sigma_m^t}{\sigma_m^c \sigma_m^t} \text{tr } \sigma = S^2 \quad (15)$$

où σ'_{ij} est le déviateur des contraintes défini par : $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{ij}$.

2.3.3 - Conclusion sur les propriétés rhéologiques de l'époxy :

Dans le tableau 7, nous donnons les grandeurs élastiques caractérisant une résine époxy voisine de celle utilisée dans le composite et citée dans la référence [29] .

module d'Young	$E_m \approx 340 \text{ da N/mm}^2$
coefficient de Poisson	$\nu_m \approx 0,30$
coefficient de Coulomb	$G_m \approx 130 \text{ da N/mm}^2$
résistance à la rupture en traction	$\sigma_m^r \approx 8 \text{ da N/mm}^2$
allongement à la rupture en traction	$\epsilon_m^r \approx 1,5 \%$

Tableau 7 : caractéristiques mécaniques de la résine époxy

D'après [21], nous prendrons les autres valeurs suivantes pour la résine époxy:

- une résistance en compression σ_m^C de 25 da N/mm² ,
- une résistance au cisaillement S_m de 10 da N/mm² . (La résistance au cisaillement est une caractéristique fondamentale du matériau et est a priori indépendante des résistances en traction et en compression).

Pour les autres propriétés notamment les caractéristiques viscoélastiques linéaires et non linéaires, ainsi que les caractéristiques plastiques et viscoplastiques de la résine époxy, nous avons utilisé les descriptions faites aux paragraphes 2.3.1 et 2.3.2, tout en sachant, d'après [27], que les additifs et adjuvants utilisés lors de la fabrication d'une résine peuvent considérablement modifier ses propriétés rhéologiques.

Nous proposons dans la 3ème Partie, au chapitre VIII une approche micromécanique basée sur un comportement de la résine décrit par la formule (9), cette approche permet d'interpréter physiquement les lois de comportement du composite étudié.

CHAPITRE III

Calculs prévisionnels

3.1 - Introduction :

Nous avons vu au chapitre I qu'une des approches pour caractériser les matériaux composites, consiste à prévoir leurs caractéristiques globales à partir des caractéristiques de la phase matrice et de la phase renfort (fibres, sphères, lamelles ...). L'hypothèse essentielle est que le mélange est statistiquement et macroscopiquement homogène, l'isotropie n'étant pas forcément réalisée.

3.2 - Caractéristiques d'une couche élémentaire renforcée par fibres unidirectionnellement :

Pour une couche unidirectionnelle, les relations constitutives sont établies en remplaçant la couche par un matériau homogène orthotrope considéré en état plan de contrainte.

La figure 8 montre qu'il y a trois plans de symétrie pour une couche unidirectionnelle.

Remarque : Ces hypothèses ne prétendent pas que, dans le cas d'un stratifié, les cisaillements interlaminaires σ_{13} et σ_{23} n'existent pas entre les différentes couches, mais qu'ils peuvent être négligés dans l'établissement des relations constitutives de la strate.

Plusieurs modèles prévisionnels existent pour caractériser les propriétés mécaniques des matériaux composites à renforcement unidirectionnel dans le domaine élastique. Les deux constituants matrice et fibres sont alors supposés parfaitement élastiques et homogènes. Nous ne citerons que trois des plus usuels qui sont les modèles de Tsai [41], de Puck [42] et de Greszczuk [43].

A partir des caractéristiques de la fibre (Module d'Young E_f et coefficient de Poisson ν_f), des caractéristiques de la matrice (E_m et ν_m) et du pourcentage volumique en fibre V_f , ces modèles déterminent les constan-

tes plastiques E_{11} , E_{22} , ν_{12} et G_{12} d'une couche élémentaire du matériau composite renforcé unidirectionnellement. [formules tableau 9]

Avec les hypothèses précédentes, nous obtenons, pour une telle couche élémentaire, en se référant aux axes de symétrie :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & 0 \\ q_{12} & q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ 2\epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Les valeurs q_{ij} étant obtenues à partir des constantes techniques E_{11} , E_{22} , ν_{12} et G_{12} issus du tableau 10, avec :

$$\begin{cases} q_{11} = \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}\cdot\nu_{21}} & q_{12} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{1-\nu_{12}\cdot\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_{22}}{1-\nu_{12}\cdot\nu_{21}} \\ q_{22} = \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}\cdot\nu_{21}} & q_{66} = G_{12} \end{cases} \quad (17)$$

Les équations constitutives de la couche unidirectionnelle par rapport à des axes de coordonnées x , y et z (figure 8) sont obtenues par une simple rotation d'angle θ , ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{q}_{ij}] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{q}_{11} & \bar{q}_{12} & \bar{q}_{16} \\ \bar{q}_{12} & \bar{q}_{22} & \bar{q}_{26} \\ \bar{q}_{16} & \bar{q}_{26} & \bar{q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ 2\epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \bar{q}_{11} = q_{11} C^4 + 2 (q_{12} + 2 q_{66}) C^2 S^2 + q_{22} S^4 \\ \bar{q}_{12} = (q_{11} + q_{22} - 4 q_{66}) C^2 S^2 + q_{12} (C^4 + S^4) \\ \bar{q}_{16} = (q_{11} - q_{12} - 2 q_{66}) C^3 S + (q_{12} - q_{22} + 2 q_{66}) C S^3 \\ \bar{q}_{22} = q_{11} S^4 + 2 (q_{12} + 2 q_{66}) C^2 S^2 + q_{22} C^4 \\ \bar{q}_{26} = (q_{11} - q_{12} - 2 q_{66}) C S^3 + (q_{12} - q_{22} + 2 q_{66}) C^3 S \\ \bar{q}_{66} = (q_{11} + q_{22} - 2 q_{12} - 2 q_{66}) C^2 S^2 + q_{66} (C^4 + S^4) \end{cases} \quad (19)$$

et où : $C = \cos \theta$ et $S = \sin \theta$.

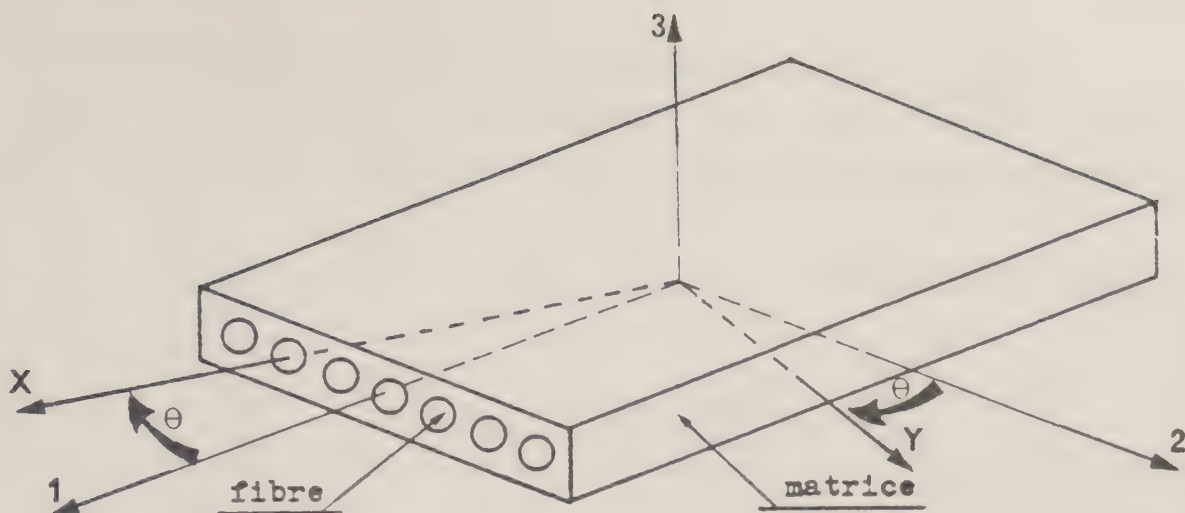


Figure 8 : Couche composite à renforcement unidirectionnel

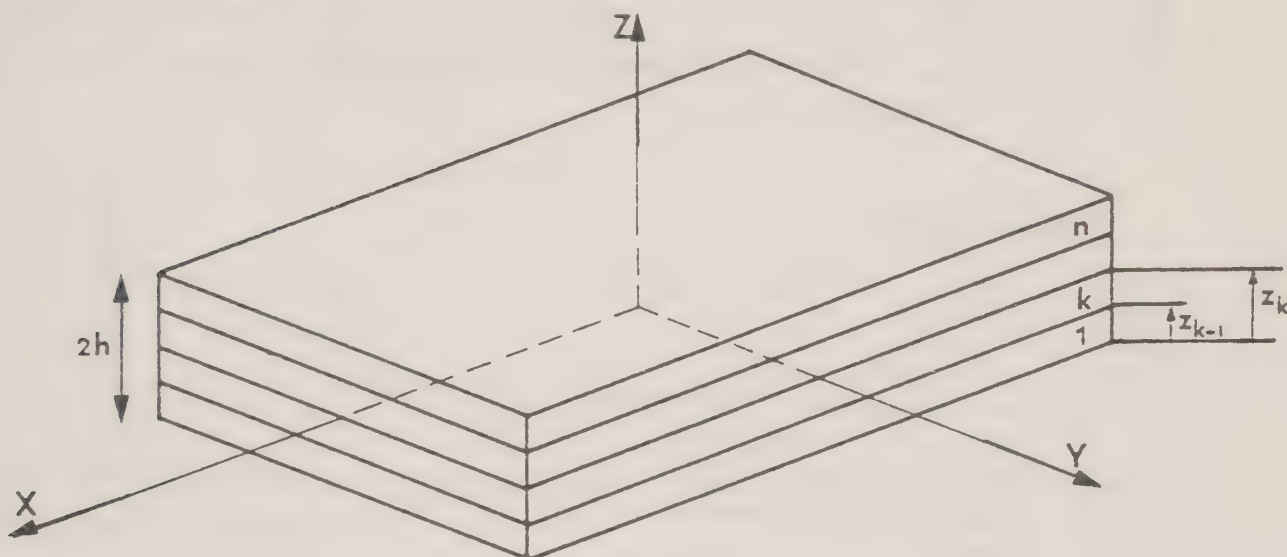


Figure 10 : Stratifié composite

3.3 - Méthode de calcul des stratifiés :

Nous appliquons ici la théorie classique des stratifiés développée par Reissner et Stavsky [44]. C'est une théorie bidimensionnelle qui se base sur la théorie des plaques minces de Love et Kirchhoff, et n'est donc valable que pour les stratifiés minces. Nous rappelons que les théories des plaques de Hencky [45], Uflyand [46] et Mindlin [47] contrairement à Love et Kirchhoff, tiennent compte du cisaillement transversal.

Tableau 9 : Modèles prévisionnels de TSAI, PUCK et GRESZCZUK

$$E_{11} = E_f V_f + E_m V_m$$

Formules de GRESZCZUK

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{12} = v_f V_f + v_m V_m \\ E_{22} = \frac{E_m E_f [E_m^0 + 2B(E_f - E_m^0)]}{E_m E_f + 2B(1-B) [(E_f - E_m^0)^2 - (v_m E_f - v_f E_m^0)^2]} B + (1-B) E_m^0 \\ G_{12} = \frac{G_m^0 G_f}{G_f + 2B(G_m^0 - G_f)} B + (1-B) G_m^0 \\ \text{avec : } G_m^0 = \frac{(1-v_m) G_m}{1-v_m - 2v_m^2} ; B = \sqrt{\frac{v_f}{\pi}} \text{ et } E_m^0 = \frac{E_m}{1-v_m^2} \end{array} \right.$$

Formules de PUCK :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{12} = v_f V_f + v_m V_m \\ E_{22} = \frac{1 + 0,85 V_f V_f}{(1-V_f)^{1,25} + (V_f E_m^0 / E_f)} E_m^0 \\ G_{12} = \frac{1 + 0,6 \sqrt{V_f}}{(1-V_f)^{1,25} + (V_f G_m / G_f)} G_m \end{array} \right.$$

Formules de TSAI :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{12} = (1-C) \frac{K_f v_f (2K_m + G_m) (1-v_m) + K_m v_m (2K_f + G_m) V_m}{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m} + C \frac{K_m v_m (2K_f + G_f) V_m + D_f v_f (2K_m + G_f) (1-v_m)}{K_f (2K_m + G_f) + G_f (K_m - K_f) V_m} \\ E_{22} = 2 \{1 - v_f + (v_f - v_m) V_m\} \cdot \left[(1-C) \frac{K_f (2K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m}{2K_m + G_m + 2(K_f - K_m) V_m} + C \frac{K_f (2K_m + G_f) + G_f (K_m - K_f) V_m}{2K_m - G_f - 2(K_m - K_f) V_m} \right] \\ G_{12} = (1-C) G_m \frac{2G_f - (G_f - G_m) V_m}{2G_m + (G_f - G_m) V_m} + C G_f \frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m) V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m) V_m} \\ \text{avec : } K_f = 0,5 E_f / (1-v_f) ; K_m = 0,5 E_m / (1-v_m) ; G_f = 0,5 E_f / (1+v_f) ; \\ G_m = 0,5 E_m / (1+v_m) \text{ et } 0 \leq C \leq 1 \end{array} \right.$$

La théorie assimile le stratifié entier à une couche homogène ; la loi de comportement globale s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} N_{xy} \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{xy} & B_{xy} \\ B_{xy} & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xy}^0 \\ K_{xy} \end{bmatrix} \quad (20)$$

où ϵ_{xy}^0 est la déformation de membrane du plan moyen et K_{xy} la courbure de ce même plan ; où N_{xy} sont les contraintes généralisées de membrane et M_{xy} celles de flexion, et, où les sous-matrices de rigidité de membrane A_{xy} , de flexion D_{xy} et de couplage membrane-flexion B_{xy} s'expriment à partir des matrices de rigidité de contraintes planes $(\bar{q}_{xy})_k$ des différentes couches, exprimées dans le repère du stratifié :

$$\begin{cases} A_{xy} = \sum_{k=1}^n (z_k - z_{k-1}) (\bar{q}_{xy})_k \\ B_{xy} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (z_k^2 - z_{k-1}^2) (\bar{q}_{xy})_k \\ D_{xy} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (z_k^3 - z_{k-1}^3) (\bar{q}_{xy})_k \end{cases} \quad (21)$$

La forme des équations constitutives du stratifié (équation (20)) impose plusieurs remarques :

a) L'hypothèse de la déformation uniforme dans toutes les couches permet alors de déterminer les contraintes planes $[\sigma]_k$ dans chaque couche k , en faisant appel à la loi de comportement de la couche k :

$$[\sigma]_k = [\bar{q}]_k [\epsilon_{xy}^0] \quad (22)$$

b) En général, la loi de comportement (20) introduit un couplage entre l'effet de flexion et l'effet de membrane par les termes de couplage B_{xy} . Ce couplage n'apparaît pas dans la théorie de petits déplacements des plaques homogènes, qu'elles soient isotropes ou anisotropes. Diverses études [48, 49, 50] ont montré que l'effet de couplage :

- diminue avec le nombre de couches,

- diminue la rigidité de flexion de la plaque, ce qui entraîne l'augmentation des flèches,
- diminue les charges critiques d'instabilité.

D'autre part, la matrice $[B_{xy}]$ de couplage membrane-flexion, est obtenue par une somme de termes faisant intervenir $[\bar{q}]_k$ et les carrés des coordonnées z des plans inférieurs et supérieurs des couches, elle s'annule donc pour des stratifiés constitués de couches identiques -orientation et composition- empilées symétriquement. C'est le cas de notre composite étudié. Ce découplage nous permet donc d'effectuer des tests de membrane pure [cette remarque est très importante car, au niveau expérimental, ce découplage évite de concevoir un système d'ancrage des têtes d'éprouvette qui autoriserait une libre rotation des têtes lors d'un essai de traction uniaxiale, voir figure 11].



Figure 11 : Couplage membrane-flexion

c) Cette théorie de Love et Kirchhoff ne donne cependant des résultats valables que pour des plaques minces constituées d'un matériau à module de glissement de valeur élevée et peut, éventuellement, être mise en cause pour l'étude de plaques stratifiées en plastiques armés en raison de l'importance de l'effet du cisaillement interlaminaire. Durlofsky et Mayers [51] ont étudié cet effet en considérant que les contraintes de cisaillement transversal sont reprises entièrement par la matrice résineuse ; ce qui est une hypothèse généralement admise pour les plastiques armés de fibres de verre [52], et en représentant la section droite après déformation par un polynôme de degré élevé. Différentes valeurs données au degré du polynôme ont montré que :

- Pour des plaques minces, l'effet est négligeable si le paramètre $\frac{G_m}{E_{11}} \geq 0,01$, où G_m est le module de cisaillement de la matrice résineuse, et E_{11} le module d'élasticité en extension du stratifié.

- Pour les plaques dont le rapport côté-épaisseur est compris entre 15 et 30, l'influence du cisaillement transversal devient importante pour un paramètre de rigidité au cisaillement $\frac{G_m}{E_{11}} \leq 0,04$.

- Pour des plaques plus épaisses, on doit considérer cette influence dès que $\frac{G_m}{E_{11}} \leq 0,1$.

De plus, il est montré, dans la référence [51], que, dans tous les cas, il est suffisant de décrire la déformation de la section droite par une théorie gardant la section plane après déformation, mais ne la considérant plus comme normale au plan médian formé ; ce qui est le cas des théories de Reissner [44], Hencky [45] et Mindlin [47].

D'après les paragraphes (2.3.3) et (3.5), nous citons les valeurs $G_m = 115$ da N/mm² et $E_{11} \approx 2000$ da N/mm² pour notre composite. Nous sommes donc dans la situation où le paramètre de rigidité au cisaillement

$\frac{G_m}{E_{11}} \approx 5,75 \cdot 10^{-2}$ est supérieur à 0,01.

En première approximation, nous pouvons donc négliger l'effet du cisaillement interlaminaire et tenant compte de l'épaisseur de 3,2 mm du stratifié, nous avons pris une largeur de 20 mm pour nos éprouvettes, soit un rapport côté-épaisseur de 6,25.

3.4 - Caractéristiques d'une couche élémentaire renforcée par tissu :

Le matériau présentant trois plans de symétrie orthogonaux est orthotrope, et les axes du repère de symétrie sont orientés suivant les directions de trame et de chaîne du tissu.

Le calcul des constantes techniques d'une couche élémentaire renforcée par un tissu s'effectue alors par superposition de l'effet de deux couches unidirectionnelles, croisées à 90° , dont la teneur en verre est égale à la teneur en verre de la couche considérée.

Lors de la superposition, les effets des couches unidirectionnelles sont pondérés par un coefficient d'efficacité égal au volume relatif de renfort de la couche unidirectionnelle considérée [53,54].

3.5 - Ajustement numérique d'un modèle prévisionnel des caractéristiques élastiques :

Le cas du matériau composite étudié, qui est un stratifié constitué d'un empilement de préimprégnés de tissu liés sous presse à chaud, rejoint l'étude faite au paragraphe (3.4).

Une couche élémentaire de tissus équivaut donc à la superposition de deux couches unidirectionnelles croisées à 90° ; et d'après les caractéristiques du composite données au paragraphe (2.2), nous voyons que tous les tissus sont très semblables, nous avons donc fait l'hypothèse que les 18 couches étaient identiques et pris une valeur moyenne. Le stratifié avec ces hypothèses, a donc les mêmes caractéristiques mécaniques qu'une couche élémentaire.

Pour faciliter l'utilisation des formules, nous allons présenter le calcul

en deux étapes ; les références [27,55] ont adopté la même démarche :

a) On introduit tout d'abord par les formules de Puck (tableau 9) les "constantes équivalentes" E_{11}^* , E_{22}^* , ν_{12}^* et G_{12}^* calculées en prenant pour valeur de V_f la fraction volumique totale du tissu dans la couche élémentaire.

b) On désigne par α_1 et α_2 les proportions de fibres dans le tissu suivant les directions 0° et 90° ($\alpha_1 + \alpha_2 = 1$). Dans ces conditions, les constantes élastiques de la couche élémentaire sont données par les expressions :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{11} = \frac{(\alpha_1 E_{11}^* + \alpha_2 E_{22}^*) - [(\nu_{12}^* E_{22}^*)^2 / (\alpha_2 E_{11}^* + \alpha_1 E_{22}^*)]}{[1 - (\nu_{12}^*)^2 (E_{22}^* / E_{11}^*)]} \\ E_{22} = \frac{(\alpha_2 E_{11}^* + \alpha_1 E_{22}^*) - [(\nu_{12}^* E_{11}^*)^2 / (\alpha_1 E_{11}^* + \alpha_2 E_{22}^*)]}{[1 - (\nu_{12}^*)^2 (E_{11}^* / E_{22}^*)]} \\ \nu_{12} = \frac{\nu_{12}^* E_{11}^*}{E_{11}} ; \quad \nu_{21} = \frac{\nu_{12}^* E_{22}^*}{E_{22}} ; \quad G_{12} = G_{12}^* \end{array} \right. \quad (23)$$

Résultats numériques : Tableau 12.

Avec les valeurs des caractéristiques élastiques des fibres de verre (§ 2.2) et de l'époxy (§ 2.3.3), nous obtenons les résultats numériques suivants pour les caractéristiques élastiques du composite considéré en état plan de contrainte :

$E_{11}^* = 4250 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{12}^* = 0,27$
$E_{22}^* = 1200 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{11}^* = 0,08$
$G_{12}^* = 480 \text{ da N/mm}^2$	

$E_{11} = 2500 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{12} = 0,13$
$E_{22} = 2900 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{21} = 0,11$
$G_{12} = 480 \text{ da N/mm}^2$	

Tableau 12 : Valeurs prévisionnelles des caractéristiques élastiques du stratifié

3.6 Modèles de comportement élastoviscoplastique des composites :

Les modèles de comportement élastoviscoplastique pour les composites sont peu nombreux dans la littérature. Il existe quelques travaux expérimentaux dans ce domaine [56,57,58,59] , mais les essais ne sont généralement ajustés que d'une manière purement numérique et ne prennent en compte qu'un seul type d'essais (en général, les essais de fluage, le chargement étant d'autre part monotone et sans décharge).

Notre recherche bibliographique s'est concentrée sur les études s'intéressant aux composites constitués d'une phase renfort se présentant sous forme de fibres ou de lamelles ayant un comportement purement élastique, et d'une phase matrice présentant un comportement visqueux. (La viscosité pouvant être due à un comportement viscoélastique linéaire ou non-linéaire, viscoplastique ou bien à une cinétique d'endommagement).

Dans tous les cas, ces hypothèses supposent que l'anisotropie initiale n'est pas modifiée, c'est-à-dire qu'un composite initialement orthotrope reste orthotrope avec le même repère d'orthotropie, et que la convexité de la surface limite d'écoulement doit être respectée.

3.6.1 - Modèle de MacLean [9] :

MacLean étudie le cas de composites renforcés unidirectionnellement par des fibres ou des lamelles. Dans la direction de renforcement, il suppose qu'en traction uniaxiale, la contrainte appliquée au composite σ_c se répartit entre les constituants suivant la loi des mélanges :

$$\sigma_c = \sigma_m V_m + \sigma_f V_f \quad (24)$$

Ce modèle suppose un interface parfait avec équidéformation des constituants :

$$\epsilon_c = \epsilon_m = \epsilon_f \quad (25)$$

Les fibres ont un comportement purement élastique :

$$\epsilon_f = \frac{1}{E_f} \sigma_f \quad (26)$$

La matrice présente un comportement viscoplastique :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_m = \epsilon_m^e + \epsilon_m^{vp} \\ \epsilon_m^e = \frac{1}{E_m} \sigma_m \end{array} \right. \quad (27)$$

Les relations (24), (25), (26) et (27) permettent d'exprimer la contrainte σ_m et la déformation ϵ_m^{vp} de la matrice en fonction de ϵ_c et σ_c :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_m = \frac{\sigma_c - E_f V_f \epsilon_c}{V_m} \end{array} \right. \quad (28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_m^{vp} = \left(\frac{E_m V_m + E_f V_f}{E_m V_m} \right) \epsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_m V_m} \end{array} \right. , \quad (29)$$

et les dérivations de (28) et (29) par rapport au temps en supposant

$$\frac{dV_m}{dt} = \frac{dV_f}{dt} = 0 \text{ conduisent à :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\epsilon_m^{vp}}{dt} = \left(\frac{E_m V_m + E_f V_f}{E_m V_m} \right) \frac{d\epsilon_c}{dt} - \frac{1}{E_m V_m} \frac{d\sigma_c}{dt} \\ \frac{d\sigma_m}{dt} = \frac{1}{V_m} \frac{d\sigma_c}{dt} - \frac{E_f V_f}{V_m} \frac{d\epsilon_c}{dt} \end{array} \right. . \quad (30)$$

MacLean traite le cas d'un essai de fluage du composite donc $\frac{d\sigma_c}{dt} = 0$ et considère le cas d'une matrice métallique présentant un fluage stationnaire de type Bailey-Norton :

$$\frac{d\epsilon_m^{vp}}{dt} = K_m \sigma_m^n \quad (31)$$

ce qui conduit avec les relations (28) et (30) à l'équation différentielle gouvernant la déformation ϵ_c en fluage du composite :

$$\left(\frac{E_m V_m + E_f V_f}{E_m V_m} \right) \frac{d\epsilon_c}{dt} = K_m \left[\frac{\sigma_c - E_f V_f \epsilon_c}{V_m} \right]^n \quad (32)$$

la relation (32) s'intègre directement :

$$\frac{\epsilon_c}{\epsilon_\infty} = 1 - \left\{ \left[\frac{E_m V_m}{E_f V_f + E_m V_m} \right]^{1-n} + (n-1) \frac{E_f V_f}{\left(1 + \frac{E_f V_f}{E_m V_m}\right)} \frac{K_m \sigma_c^{n-1}}{V_m^n} t \right\}^{\frac{1}{1-n}} \quad (33)$$

$$\text{où : } \epsilon_\infty = \frac{\sigma_c}{E_f V_f} \quad (34)$$

Ce modèle prévoit donc une asymptote ϵ_{∞} pour la déformation en fluage du composite et qui correspond au cas où la matrice a entièrement relaxé sa contrainte dans les fibres.

Nous aurons rupture en fluage si : $\epsilon_c = \epsilon_f^r$ d'où le temps de rupture t_r du composite à l'aide de (33).

3.6.2 - Modèle de A.R.T. De Silva [10] :

Avec les mêmes hypothèses de départ, De Silva propose un modèle plus général que MacLean, il considère une matrice dont la déformation visqueuse s'écrit :

$$\epsilon_m^v = \Psi_m(\sigma_m, t) \quad (35)$$

Il tient donc finalement compte de ce que le fluage de la matrice n'est pas forcément stationnaire et introduit un écrouissage par le temps. Par dérivation par rapport au temps, (35) conduit à :

$$\frac{d\epsilon_m^v}{dt} = \frac{\partial \Psi_m}{\partial \sigma_m} \frac{d\sigma_m}{dt} + \frac{\partial \Psi_m}{\partial t} \quad (36)$$

Compte tenu des expressions de $\frac{d\epsilon_m^v}{dt}$ et de $\frac{d\sigma_m}{dt}$ dans (30) et que lors d'un

essai de fluage du composite $\frac{d\sigma_c}{dt} = 0$, la relation (36) conduit à l'équation différentielle gouvernant la déformation ϵ_c en fluage du composite :

$$\left[\frac{E_m V_m + E_v V_f}{E_m V_m} + \frac{E_f V_f}{V_m} \frac{\partial \Psi_m}{\partial \sigma_m} \right] \frac{d\epsilon_c}{dt} = \frac{\partial \Psi_m}{\partial t} \quad (37)$$

3.6.3 - Modèle de Lilholt [8] :

Lilholt considère le cas d'un composite dont la matrice a une vitesse de déformation en fluage de la forme :

$$\frac{d\epsilon_m^{vp}}{dt} = \Psi(\sigma_m) \quad (38)$$

Son approche est différente des deux modèles précédents, car il considère alors que nécessairement, la vitesse de déformation en fluage du composite est :

$$\frac{d\epsilon_C}{dt} = \Psi(\sigma_C) \quad (39)$$

et qu'il existe un facteur géométrique K_C entre $\dot{\epsilon}_m^{vp}$ et $\dot{\epsilon}_C$ tel que :

$$\dot{\epsilon}_m = K_C \dot{\epsilon}_C \quad (40)$$

K_C étant déterminé en distinguant dans le V.E.R. du composite les zones en compression et en tension pure de la matrice.

3.6.4 - Approches de la modélisation multiaxiale de l'écoulement :

Nous venons de considérer dans les paragraphes 3.6.1 et 3.6.2 la modélisation de l'écoulement en fluage dans les directions de renforcement uniquement. Dans les directions "hors axes", les auteurs considèrent que la matrice joue un rôle prépondérant et que son comportement dépend principalement de la contrainte de cisaillement σ_{12} .

Pour un matériau orthotrope en état plan de contrainte, la modélisation multiaxiale de l'écoulement est obtenue en considérant, à partir d'essais de fluage uniaxiaux que la contrainte σ_y appliquée se décompose dans le repère d'orthopie et reste valable pour tout chargement σ_{11} , σ_{22} et σ_{12} :

$$\begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \sigma_{11} = \sigma_y \cos^2 \vartheta & \sigma_{12} = \sigma_y \sin \vartheta \cos \vartheta & 0 \\ \sigma_{12} = \sigma_y \cos \vartheta \sin \vartheta & \sigma_{22} = \sigma_y \sin^2 \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Griffith [60] affirme qu'il n'y a pas d'interaction entre les compliances et que l'écoulement doit vérifier l'orthotropie initiale :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11}(t) \\ \varepsilon_{22}(t) \\ \varepsilon_{12}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}(t, \sigma_{11}) & S_{12}(t, \sigma_{22}) & 0 \\ S_{12}(t, \sigma_{11}) & S_{22}(t, \sigma_{22}) & 0 \\ 0 & 0 & S_{66}(t, \sigma_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (42)$$

MacLean [9] propose un découplage entre les écoulements dus aux contraintes de tensions σ_{11} et σ_{22} et la contrainte de cisaillement σ_{12} , pour une direction ϑ quelconque, il obtient :

$$\frac{d\varepsilon_{\vartheta}(\sigma_{\vartheta})}{dt} = \frac{d\varepsilon_{11}(\sigma_{11})}{dt} \cos^2 \vartheta + \frac{d\varepsilon_{22}(\sigma_{22})}{dt} \sin^2 \vartheta + 2 \frac{d\varepsilon_{12}}{dt} (\sigma_{12}) \sin \vartheta \cos \vartheta \quad (43)$$

Dans le cas d'une couche élémentaire renforcée unidirectionnellement par fibres, plusieurs auteurs [61,62] proposent une approche micromécanique afin de déterminer par une loi des mélanges généralisée, la contrainte dans la matrice en fonction de la contrainte appliquée au composite.

E_{11} et ν_{12} sont déterminés par la loi des mélanges :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{11} = E_f V_f + E_m V_m \\ \nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \end{array} \right. \quad (44)$$

$$(45)$$

E_{22} et G_{12} sont donnés par :

$$\frac{1}{E_{22}} = \frac{1}{\frac{V_m}{E_m} + \frac{V_f}{E_f}} \quad (46)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{\frac{V_m}{G_m} + \frac{V_f}{G_f}} \quad (47)$$

Le modèle établi par les relations (44), (45), (46) et (47) permet de déterminer l'état de contrainte dans la matrice :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^m \\ \sigma_2^m \\ \tau_{12}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_m}{E_{11}} & (\nu_m - \frac{E_m}{E_{11}} \nu_m) & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Plusieurs perfectionnements pour déterminer plus exactement l'état de contrainte dans la matrice ont été faits par Beckwith [63] qui utilise les équations de Halpin-Tsai pour une matrice viscoélastique, par Pindera et Herakowitch [64] qui utilisent la formulation de Hill [2] en élasticité anisotrope et qui tiennent compte des effets des contraintes résiduelles dans l'état de contrainte de la matrice.

La limitation majeure de ces techniques est qu'elles supposent un comportement linéaire des constituants. Lou et Schapery [61] considèrent, dans le cas d'une plaque composite verre-époxy unidirectionnelle, où l'époxy présente un comportement viscoélastique non-linéaire, que l'on doit utiliser la contrainte de cisaillement octaédrale pour la matrice :

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} [(\sigma_1^m - \sigma_2^m)^2 + (\sigma_1^m)^2 + (\sigma_2^m)^2 + 6 (\tau_{12}^m)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

où les contraintes σ_1^m , σ_2^m et τ_{12}^m sont déterminées par la relation (48).

Puis ils utilisent les conclusions de Griffith [60] et appliquent la relation (42) dans laquelle les compliances vérifient $S_{ij}(t, \tau_{oct})$.

3.6.5 - Conclusion :

La formulation proposée par Lou et Schapery a été appliquée avec succès par Dillard, Morris et Brinson [65] dans le cas de l'étude du fluage d'un composite stratifié en graphite-époxy.

Ils utilisent un modèle viscoélastique non-linéaire pour la matrice du type Findley (relations (9), (11) et (12)), et obtiennent pour le composite une expression pour la compliance $S = \frac{\epsilon(t)}{\sigma}$ de la forme suivante :

$$S(t, \tau_{oct}) = \frac{1}{\tau_{oct}^m} [K_m^0 \sinh \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m^0} \right) + K_m \sinh \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m} \right) t^n] \quad (50)$$

C'est une approche voisine que nous avons adoptée pour modéliser le comportement en fluage du composite qui fait l'objet de l'étude (voir 3ème partie, chapitre III), mais en utilisant les relations (13) et (14) proposées par Eriksen [39], et utilisées par Bunsell [66] pour décrire le comportement en fluage d'un stratifié de couches croisées "carbone-époxy" sous l'effet d'une cinétique d'endommagement de la matrice.

CHAPITRE IV

Difficultés liées aux essais uniaxiaux de traction d'une plaque stratifiée orthotrope

4.1 - Influence des efforts exercées aux extrémités sur la répartition du champ de contraintes :

En considérant la résultante, et non la répartition exacte des efforts ou des déplacements dans les conditions limites, le principe de Saint Venant appliqué en élasticité isotrope permet de résoudre un grand nombre de problèmes d'intérêt pratique.

La validité de ce principe n'est pas justifiée pour les matériaux composites. Choi et Horgan [67,68,69] ont étudié l'effet de la forme des efforts, aux extrémités d'une plaque orthotrope en traction, sur la répartition du champ de contraintes à l'intérieur de la plaque. La solution de ce problème obtenue par Choi et Horgan, est basée sur l'équation de compatibilité couplée avec des conditions d'orthogonalité (Johnson et Little [70]).

En appliquant leur méthode au cas de la traction, Choi et Horgan montrent qu'on ne retrouve la solution, due à une répartition uniforme des efforts de traction aux extrémités, qu'à une certaine distance de ces extrémités. Cette distance est de l'ordre de grandeur de la largeur pour un matériau isotrope, ce qui recoupe bien l'hypothèse classique d'application du principe de Saint Venant ; par contre, cette distance est de l'ordre du quadruple pour un matériau composite en verre-époxy avec les fibres parallèles à l'axe de traction.

4.2 - Influence des bords libres :

Depuis 1969, de nombreux auteurs [71,72,73,74] ont étudié le problème de l'effet des bords libres dans les stratifiés composites. Cet effet est causé par la présence de contraintes transverses qui apparaissent par la différence de rigidités des couches adjacentes, et qui s'augmentent considérablement près des bords libres, provoquent ainsi la décohésion interlaminaire. Cette décohésion est causée en particulier par la contrainte transverse σ_{33} et la contrainte de cisaillement σ_{31} .

Cet effet ne peut s'expliquer par la théorie classique des stratifiés en traction qui ne tient compte que des contraintes et déformations de membrane. Les contraintes généralisées de membrane vérifient bien les conditions limites, par contre, les contraintes de membrane dans chaque couche k ne les vérifient pas ; en particulier les contraintes σ_{12}^k et σ_{22}^k ne sont pas nulles aux bords libres.

Les récents travaux de Pagano [75,76], qui propose une théorie basée sur le principe variationnel de Reissner assurant toutes les conditions de continuité à l'interface et les conditions limites aux bords libres, montrent que :

- Dans le cas des plaques stratifiées, en plus de l'effet d'extrémité aux deux bords en traction, il existe également un effet de bords libres même dans une région suffisamment éloignée des deux extrémités libres.

- Cet effet des bords libres dépend de la séquence d'empilement, et est confiné à une étroite bande de l'ordre de l'épaisseur du stratifié ; à l'intérieur, cet effet disparaît, et on retrouve l'hypothèse du champ uniforme et la solution de la théorie classique des stratifiés en traction.

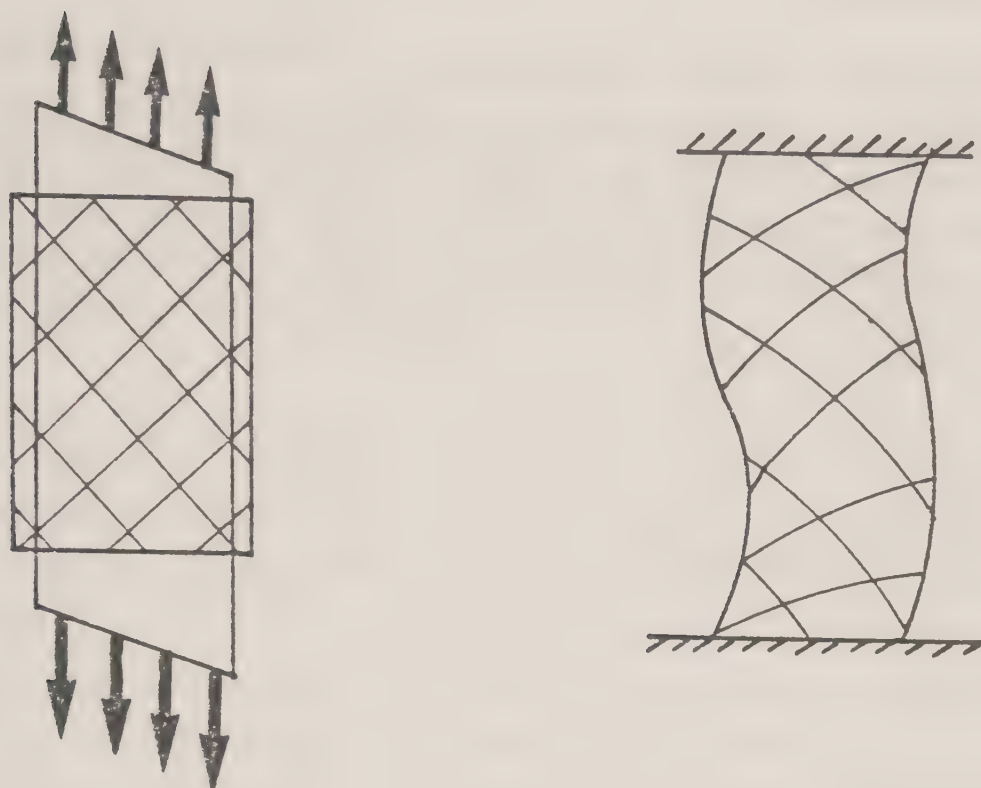
- Cet effet augmente la facilité de la décohésion près du bord libre qui est causée par la contrainte de cisaillement σ_{31} et par la contrainte transverse σ_{33} .

Conclusion : Dans le cas du matériau étudié, la zone de mesure doit donc se trouver dans la zone centrale de la plaque du composite, et à une distance supérieure à 3,2 mm (= épaisseur du stratifié) des bords libres de l'éprouvette. (voir dispositif de mesure et forme des éprouvettes : 2ème Partie, Chapitre V).

4.3 - Essais hors des directions principales d'orthotropie :

D'après les propriétés d'orthotropie, on doit s'attendre lors d'un essai de traction uniaxiale hors des directions prin-

cipales d'orthotropie, à avoir à la fois un allongement et une déformation de cisaillement. La figure 13 cas (a) rend compte de cet effet dans le cas de la traction d'un échantillon dans une direction non parallèle aux directions 1 ou 2.



(a) sans effet d'encastrements

(b) avec effets d'encastrements

Figure 13 : Traction hors des directions principales
d'orthotropie

Le cas (b) de la figure 13 montre l'effet du blocage de la déformation en cisaillement aux extrémités dû aux mors de serrage des têtes d'éprouvettes, si ceux-ci ne sont pas munis d'un dispositif permettant une libre rotation.

D'après Pagano et Halpin [77], il est cependant possible d'obtenir au centre d'une éprouvette dans ce cas (b), une déformation due à la fois à l'al-

longement et à la déformation de cisaillement, identique au cas (a), si l'on respecte un rapport de la longueur sur la largeur de l'éprouvette suffisamment grand (≥ 10) et nous avons respecté ce rapport pour effectuer nos propres essais.

4.4 - Conclusion :

En conclusion à ce chapitre, nous dirons que ces résultats sont nécessaires avant tout à l'expérimentateur, qui cherche à déterminer les lois de comportement caractérisant correctement le matériau composite : il est indispensable de connaître le rapport géométrique de l'éprouvette qui permet de négliger dans la zone centrale de mesures de l'éprouvette cet effet des extrémités, afin de relier effectivement une contrainte uniforme à une déformation moyenne.

2ème Partie

CHAPITRE V

Techniques et appareillages utilisés

5.1 - Forme des éprouvettes :

La détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux composites pose de nombreux problèmes du fait même de leur nature anisotrope et hétérogène. D'autre part, les procédés de fabrication conduisent à un matériau composite qui se présente géométriquement sous la forme d'une plaque rectangulaire (§ 2.1, chap. II).

Cette forme géométrique nous a conduit à considérer principalement les essais uniaxiaux de traction dans le plan de plaque suivant différentes orientations dans ce plan et à définir par conséquent une forme des éprouvettes (figure 14) et un montage de traction répondant aux exigences suivantes :

- éliminer les effets de bord (chap. IV) dans la zone utile de mesure afin d'obtenir une répartition uniforme des contraintes,
- permettre un ancrage ne détruisant pas le matériau et assurant une bonne mise en place de l'éprouvette,
- obtenir une rupture au centre des éprouvettes.

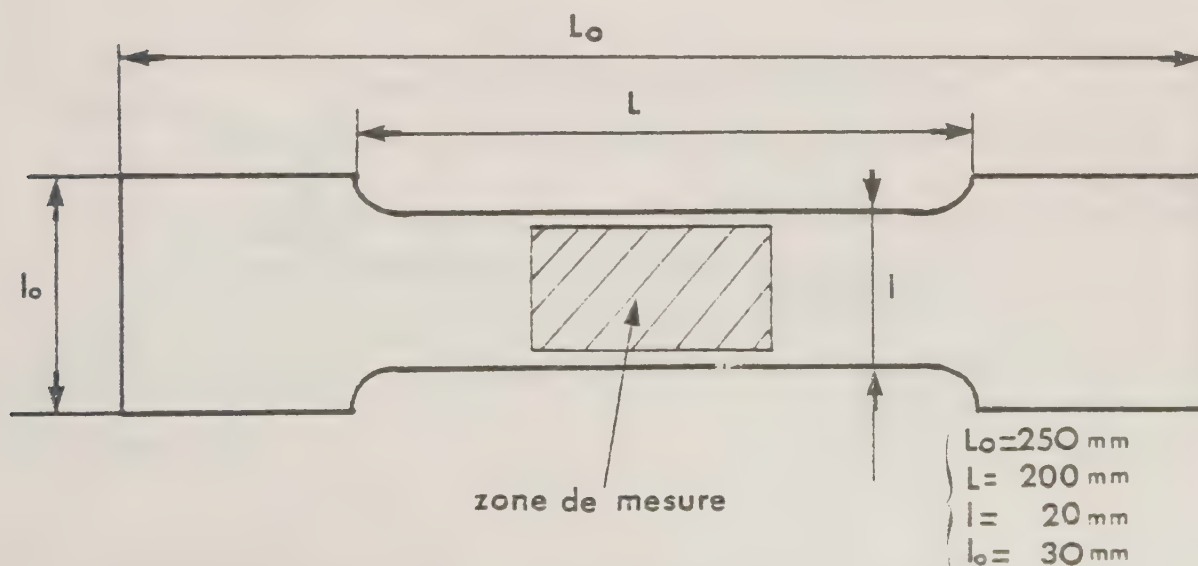


Figure 14 : Forme des éprouvettes et zone de mesure

L'éprouvette est donc "en forme d'os", la zone à bords parallèles sert de zone de mesures et présente l'avantage d'être simple, et représentative de la structure étudiée.

5.2 - Principe des mesures :

L'utilisation d'extensomètre de marque INSTRON dont on peut voir une description sur le schéma 15 , nous a permis :

- de nous affranchir des difficultés liées aux problèmes de fixation, la mesure étant effectuée suffisamment loin des mors de serrage des têtes d'éprouvette,
- de mesurer dans la zone centrale, une "moyenne" des déformations sur la microstructure du matériau. Il est en effet nécessaire que la longueur de mesure englobe un nombre suffisant de mailles élémentaires pour que l'opération de moyenne soit correcte.

Cette approche expérimentale correspond donc à un modèle mathématique de comportement du matériau homogène équivalent, qui relie les contraintes moyennes aux déformations moyennes et permet le calcul des structures en composites.

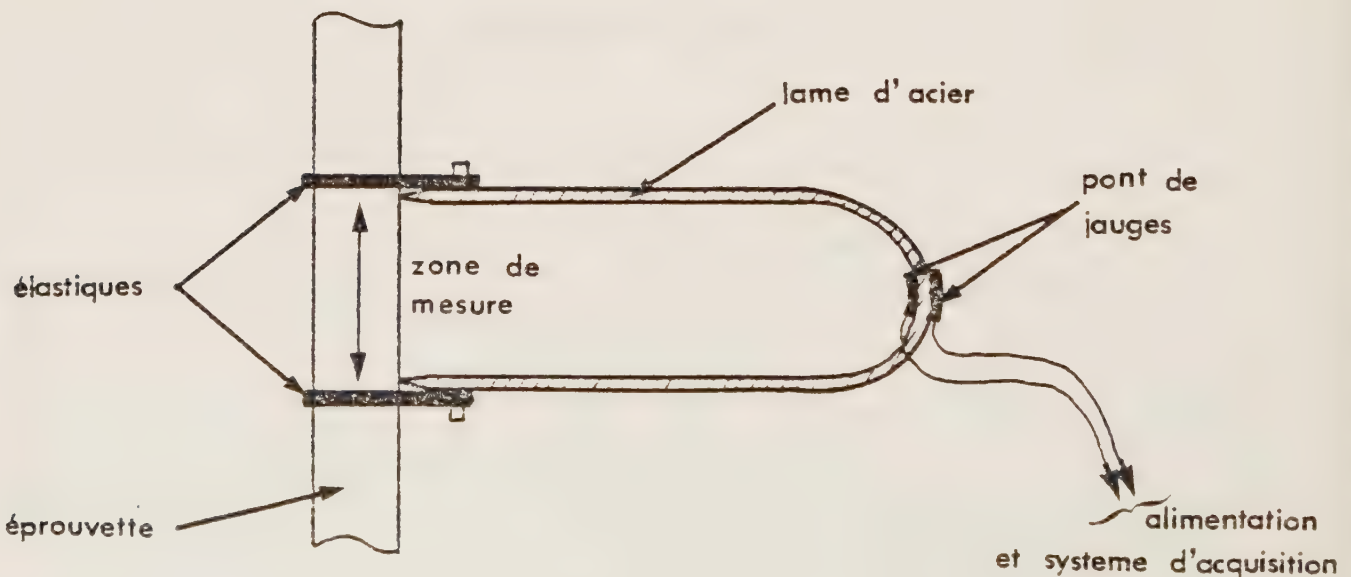


Figure 15 : Schéma et principe du capteur extensométrique

5.3 - Moyens expérimentaux :

5.3.1 - Dispositif expérimental d'essais de traction :

Nous avons utilisé une machine hydraulique de traction-compression de marque INSTRON, qui est asservie en vitesse de déplacement imposée à partir des informations fournies par le capteur de déformation placé sur la zone centrale de l'éprouvette.

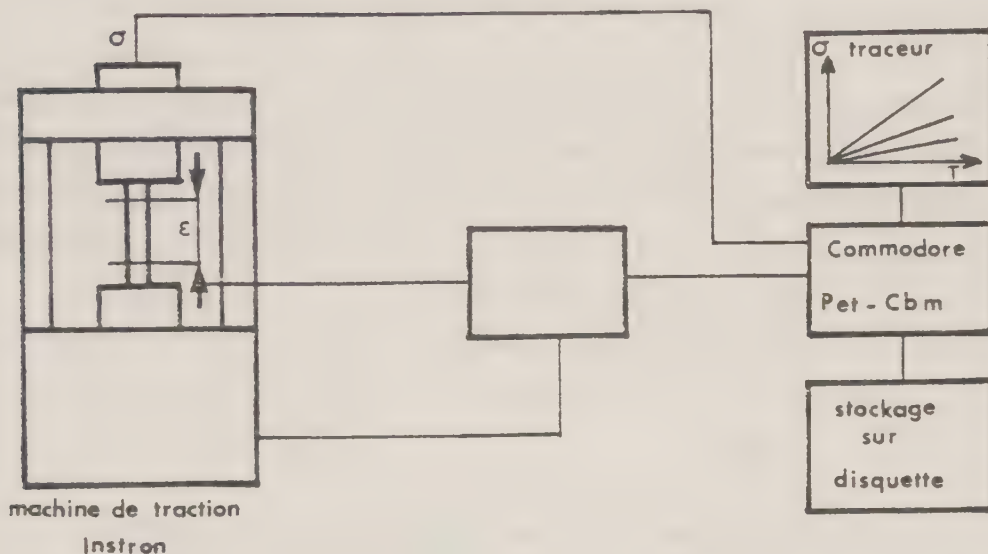


Figure 16 : Schéma du dispositif expérimental des essais de traction

Le schéma 16 montre le dispositif expérimental ainsi que le système d'acquisition et de traitement des données auquel est fourni l'ensemble des mesures ainsi que les caractéristiques géométriques de l'éprouvette. Le dépouillement des essais et l'obtention des courbes dessinées sont automatiques.

5.3.2 - Dispositifs expérimentaux d'essais de fluage :

Vue la faible amplitude des déformations ($\leq 15 \%$ pour $\vartheta = 45^\circ$), nous considérons que les essais de fluage s'effectuent sous contrainte constante (en première approximation) indépendamment de l'allongement de l'éprouvette.

Les essais de fluage effectués dans la gamme de température de 20°C à 80°C d'utilisation du composite, ont nécessité l'emploi d'une enceinte thermostatée à ouverture frontale assurant une stabilité en température de $\pm 1^\circ\text{C}$ et un gradient thermique de $\pm 1^\circ\text{C}$.

Nous avons utilisé deux types de machines pour réaliser les essais de fluage :

a) Une machine hydraulique INSTRON de traction-compression précédemment décrite pour les essais de traction. La machine est asservie en charge, la mise en charge étant effectuée suivant une rampe dont on peut faire varier la pente pour atteindre plus ou moins rapidement la valeur de la contrainte de consigne (voir schéma).

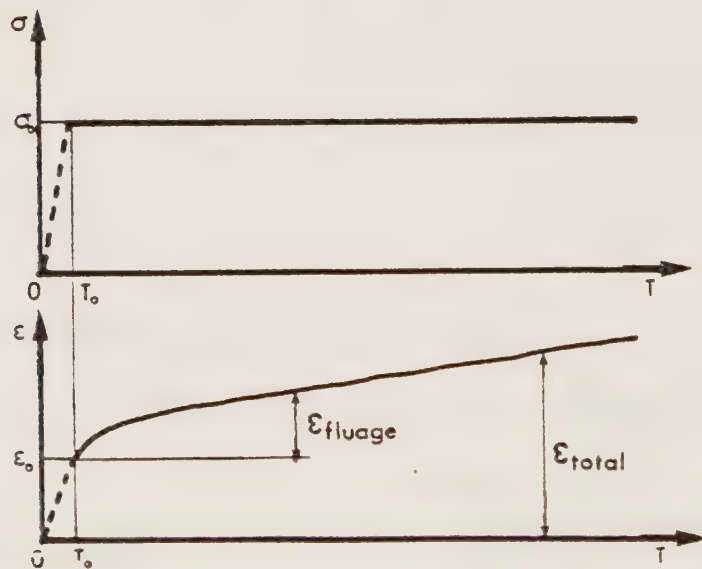


Schéma 17 : Principe des essais de fluage

La durée des essais que nous avons effectués avec ce type de machine est de 48 heures.

Le capteur extensométrique fournit au système d'acquisition l'évolution de la déformation, ce qui permet l'obtention directe de la déformation rationalisée $\bar{\epsilon} = f(t)$, et qui, avec l'hypothèse des petites déformations conduit à :

$$\bar{\epsilon}(t) = \int_{l_0}^{l_0 + \Delta l} \frac{dl}{l} = \text{Ln} \left(1 + \frac{\Delta l}{l_0} \right) \approx \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (51)$$

$$\begin{cases} l_0 = \text{longueur initiale de l'éprouvette} \\ l = \text{longueur de l'éprouvette au temps } t. \end{cases}$$

Ce type de machine nous permet d'effectuer, en cours de fluage, des décrements de contrainte $\Delta\sigma$ ("stress transient dip test technique") commandés par le vérin hydraulique, et l'interfaçage avec un analyseur de transitoires rapides (Nicolet) permet l'acquisition et l'interprétation des résultats ainsi obtenus.

b) Une machine de fluage conçue spécialement, la charge est obtenue par des poids, et la mise en charge est effectuée par un vérin pneumatique (description sur le schéma 18).

Cette machine nous a permis d'effectuer des essais de longue durée (plus d'une semaine) et de confirmer les résultats obtenus par la machine hydraulique.

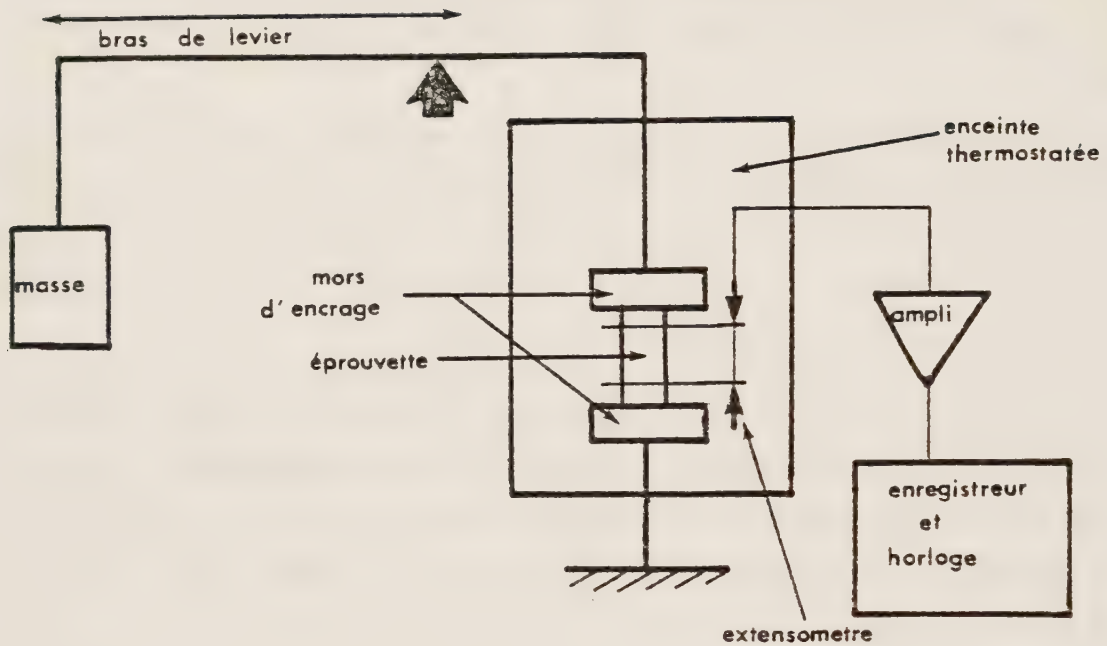


Schéma 18 : machine de fluage à poids

5.3.3 - Dispositifs expérimentaux d'essais de relaxation :

La forme des éprouvettes et le principe des mesures sont les mêmes que ceux décrits précédemment (§ 5.1 et 5.2).

Pour ce type d'essais, nous avons utilisé uniquement la machine hydraulique asservie Instron qui conduit directement à la relaxation propre du matériau. Les vérins hydrauliques sont asservis en déformation à partir de l'information fournie par le capteur extensométrique fixé dans la zone centrale de mesure de l'éprouvette. Le système d'acquisition de données

permet l'obtention directe des courbes de relaxation normalisée :

$$Y = \frac{\Delta\sigma(t)}{\sigma_0} = \frac{\sigma_0 - \sigma(t)}{\sigma_0} = f(t) \quad (52)$$

suivant le principe de la figure 19 :

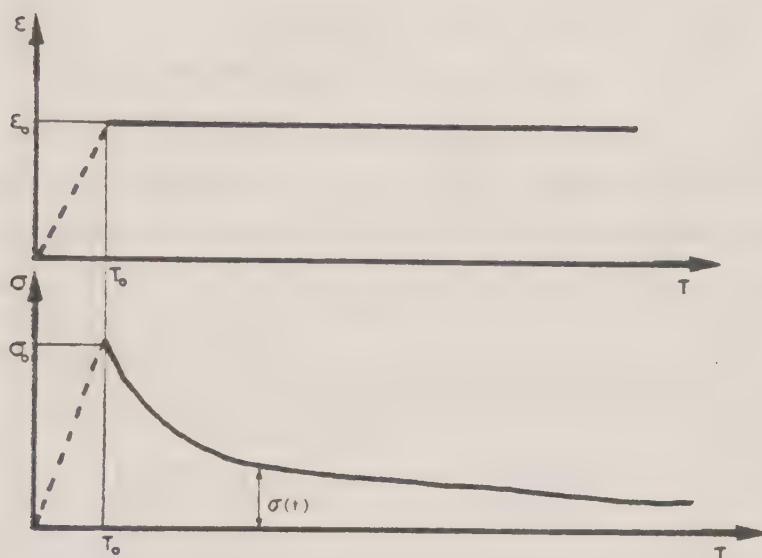


Figure 19 : principe des essais de relaxation

Pour les essais en température, nous avons utilisé la même enceinte thermostatée que pour les essais de fluage.

5.3.4 - Conclusion :

Pour les essais de relaxation, il est indispensable de réaliser les mesures sur une machine asservie sur la déformation au centre de l'éprouvette, car on ne peut plus négliger les effets d'encastrement sur la dé-

déformation totale de l'éprouvette. De plus, les essais de relaxation menés sur machine classique asservie en position font intervenir la raideur k_m de la machine de traction ; en écrivant que la déformation totale du matériau est la somme d'une déformation élastique et d'une déformation viscoplastique, on a :

$$\underbrace{\left(\frac{1}{k_m} + \frac{1}{k_e}\right) \frac{d\sigma}{dt}}_{\text{composante élastique}} + \underbrace{\frac{d\varepsilon}{dt} \left(\frac{\sigma}{S_e}\right)}_{\text{vitesse de déformation en fluage de l'éprouvette}} = 0$$

$$\begin{cases} k_e = \text{raideur éprouvette} \\ S_e = \text{section éprouvette} \end{cases}$$

D'où l'intervention de la raideur machine dans le résultat. Il faut que $k_m \gg k_e$ (sur une machine "molle", la vitesse de relaxation est plus faible que sur une machine "dure" qui conduit au résultat vrai).

Pour les essais de traction et de fluage, la raideur machine n'intervient pas car les mesures des déformations sont faites directement sur l'éprouvette.

3ème Partie

Résultats expérimentaux et modélisation

CHAPITRE VI

Résultats et modélisation des essais de traction

6.1 - Introduction :

La description géométrique du matériau composite (chap. II, figure 1) montre que celui-ci présente macroscopiquement trois plans de symétrie orthogonaux, le matériau homogène équivalent est donc orthotrope dans un repère lié aux sens du tissage et de l'empilement des couches de tissu.

Dans le cadre de l'élasticité (ou la viscoélasticité) linéaire tridimensionnelle, la loi de Hooke, qui lie les contraintes σ_{ij} aux déformations ϵ_{kl} par le tenseur de rigidité C_{ijkl} donne 9 coefficients à identifier dans le cas de l'orthotropie.

6.2 - Forme des courbes de traction :

Les essais de traction ont été effectués suivant différentes orientations par rapport au repère d'orthotropie de la plaque en chargement monotone ou cyclé (c'est-à-dire avec déchargement à contrainte nulle).

la figure 21 présente des courbes de traction pour différentes orientations obtenues en chargement monotone croissant, la vitesse de déformation imposée est : $\dot{\epsilon} = 0,02 \% s^{-1}$, et la température de 20°C.

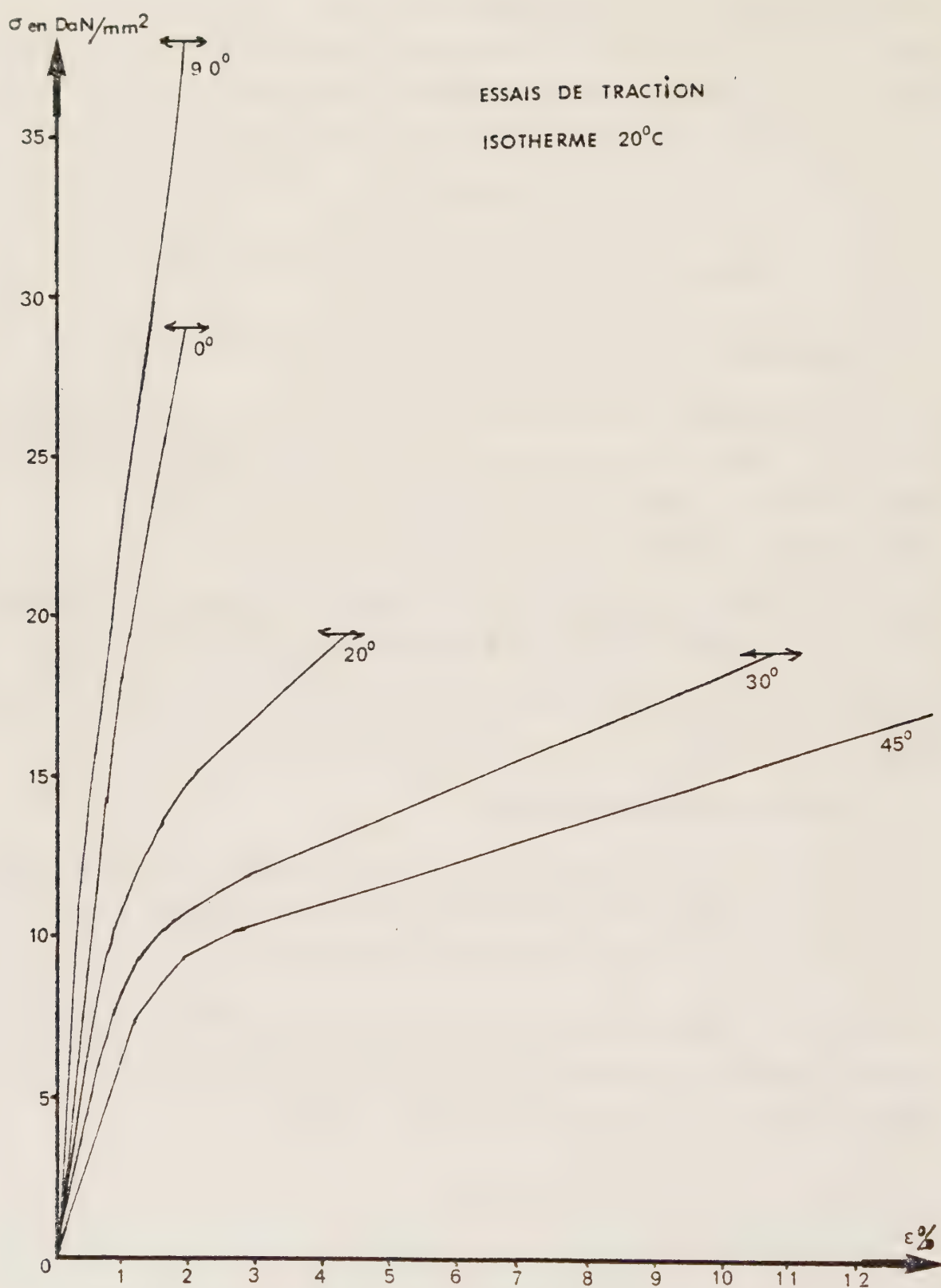


Figure 21 : Allure des courbes de traction

Ces courbes montrent la nette dépendance prévisible des courbes de traction avec l'orientation et nous conduisent à faire plusieurs remarques :

- Le comportement en traction dans les deux directions de renforcement est pratiquement linéaire.
- Dans tous les essais "hors-axes", on peut distinguer deux zones linéaires avec la présence d'un "coude" marqué se situant quelle que soit la direction aux environs de 1 % de déformation en traction du composite.
- Pour tous ces essais de traction, la rupture est brutale et la contrainte de rupture est fonction de l'orientation φ .

D'autre part, expérimentalement, nous avons observé un "blanchiment" des éprouvettes initialement de couleur verte, cet effet s'accroissant avec une contrainte croissante jusqu'à la rupture.

Les essais de cyclage en cours de chargement ont montré la présence de cycle d'hystérésis dont la forme est donnée figure 22. Ces essais révèlent, après décharge, la présence d'une déformation permanente dont l'amplitude est négligeable tant que les déformations en traction restent inférieures à 1 % donc, "en dessous du coude" des courbes de traction, alors que lorsque "le coude" a été franchi, la déformation permanente est une fonction croissante du niveau de contrainte atteint avant décharge.

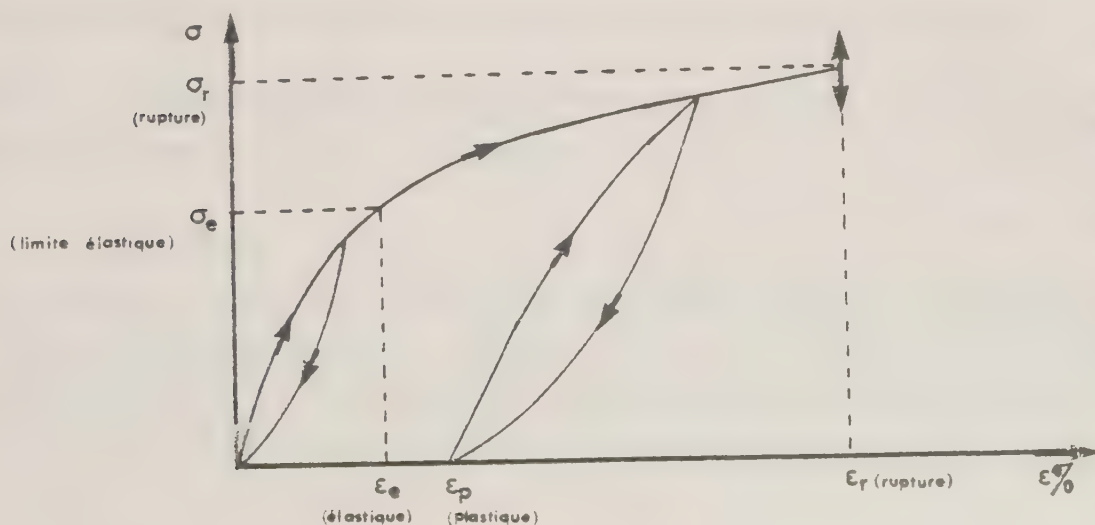


Schéma 22 : essais de cyclage

Les influences de la vitesse de mise en charge $\dot{\epsilon}$ et de la température T se traduisent par un décalage des courbes de traction dont l'aspect est représenté sur la figure 23 :

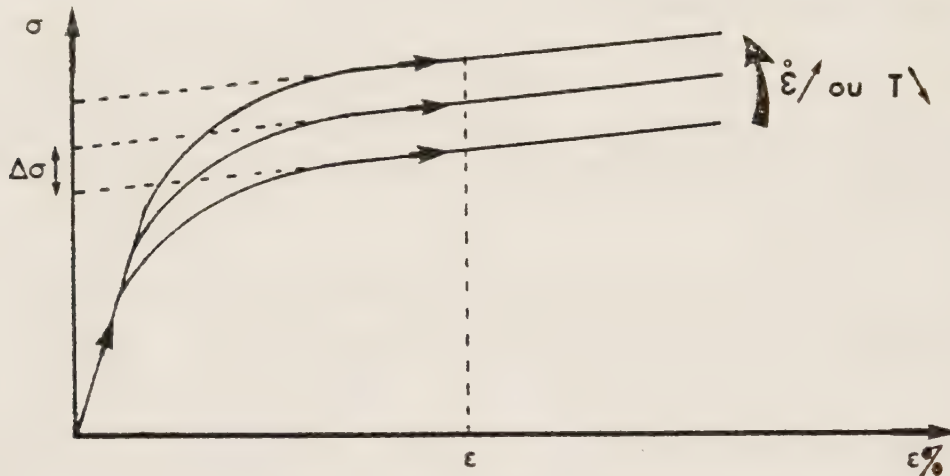


Figure 23 : influence de la température et de la vitesse de mise en charge

Le décalage $\Delta\sigma$ observé dépend de la vitesse de mise en charge $\dot{\epsilon}$ suivant une fonction du type : $\Delta\sigma = k \cdot \dot{\epsilon}^{0,102}$, et en fonction de la température T , on observe un écart maximum $\Delta\sigma \approx 1$ da N/mm² dans la direction 45° entre les températures 20°C et 50°C.

6.3 - Détermination des caractéristiques mécaniques :

6.3.1 - Mesures des modules d'Young et des coefficients de Poisson généralisés :

Nous avons vu, au chapitre III, § 3.3, que le stratifié symétrique permet d'effectuer des tests de membrane pure et qu'il est globalement orthotrope.

Les constantes mécaniques telles que les modules d'Young E_{ii} et les coefficients de Poisson ν_{ij} ont été déterminées en prenant les tangentes à l'origine des courbes de traction pour différentes directions de sollicitation dans le plan de la plaque. La valeur de cette tangente permet de

définir le module d'Young apparent E_{θ} dans la direction θ . La figure 24 montre la variation du module E_{θ} pour différentes orientations θ , et la comparaison des points expérimentaux ainsi obtenus avec la courbe théorique :

$$\frac{1}{E_{\theta}} = \frac{1}{E_{11}} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_{22}} \sin^4 \theta \quad (53)$$

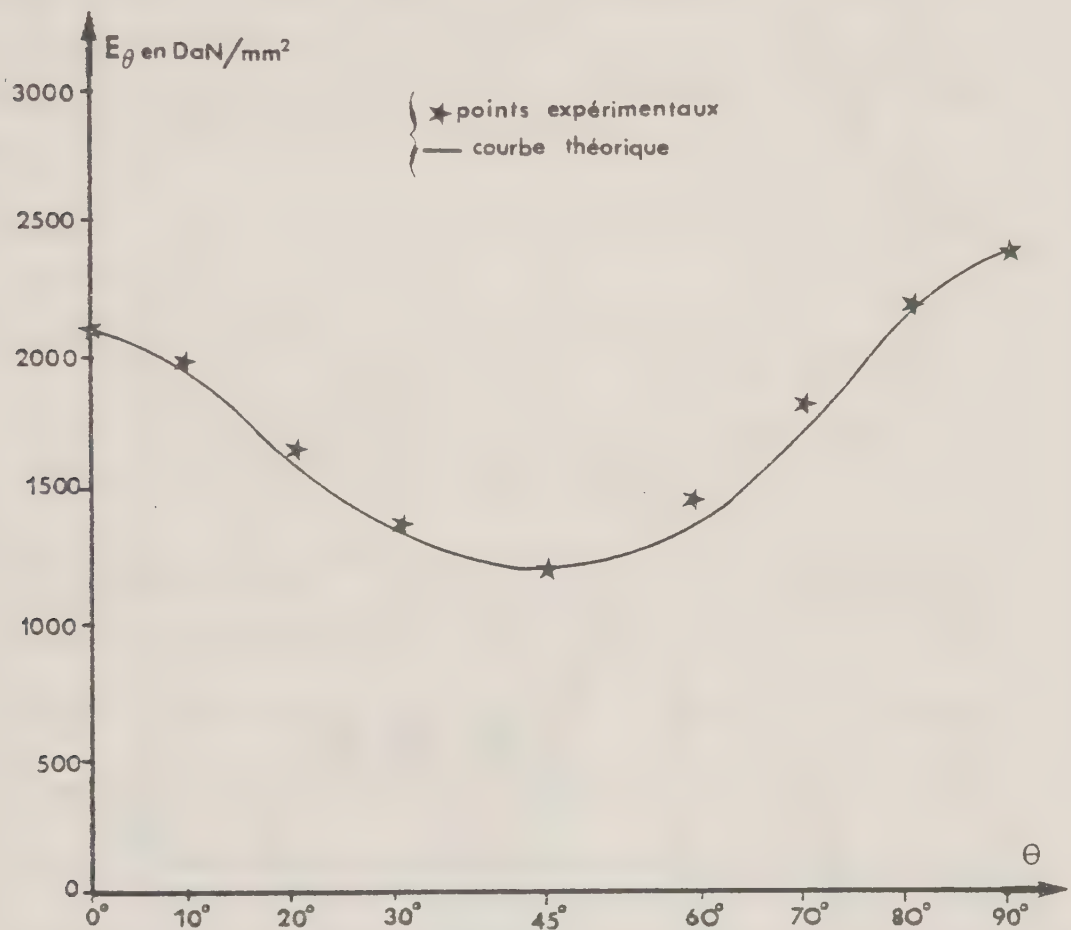


Figure 24 : Variation du module E_{θ} en fonction de l'orientation θ

La courbe $E_{\theta} = f(\theta)$ comparée avec la relation 53, montre la bonne concordance expérimentale avec la théorie, ce qui justifie la méthode de mesure hors axes malgré le problème posé par le cisaillement de solide orthotrope.

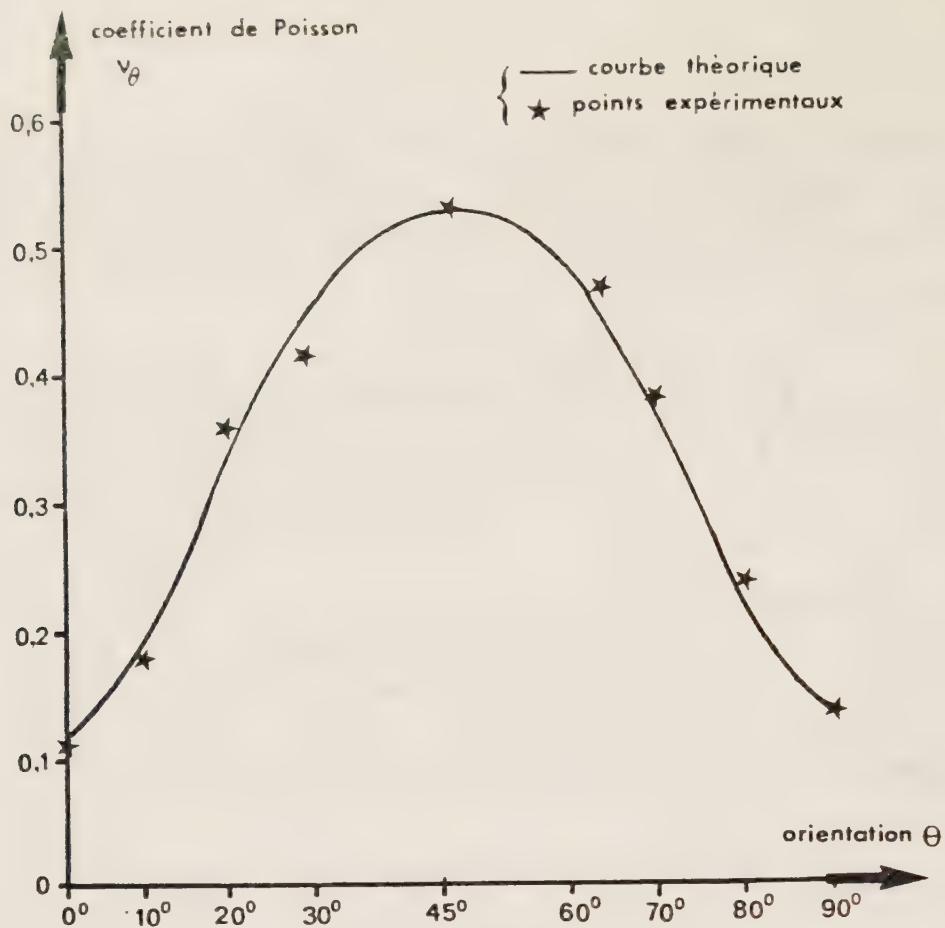


Figure 24 bis : variation de ν_θ avec l'orientation θ

$$\nu_\theta = E_\theta \left\{ \frac{\nu_{12}}{E_{11}} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) - \left(\frac{1}{E_{11}} + \frac{1}{E_{22}} - \frac{1}{G_{12}} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right\}$$

ORIENTATION θ	module d'Young E_θ en daN/mm ²	coefficient de Poisson ν_θ
0°	2110	0.11
10°	2000	0.19
20°	1670	0.37
30°	1470	0.41
45°	1210	0.52
60°	1560	0.47
70°	1924	0.39
80°	2230	0.24
90°	2415	0.14

Tableau des résultats numériques obtenus

Les coefficients E_{11} , $(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{11}})$, $\frac{1}{E_{22}}$ ont été déterminés, d'une part à l'aide des valeurs E_0 obtenues et d'un ajustement numérique par une méthode des moindres carrés à partir de la formule (53), et d'autre part, par une mesure directe des E_{ii} et ν_{ij} , avec des tests de traction parallèlement et perpendiculairement aux directions d'orthotropie (voir schéma 25), le coefficient de cisaillement G_{12} étant mesuré en traction par une méthode proposée par Rosen [78], qui a remarqué que dans un test de traction suivant la direction 45° , la contrainte de cisaillement τ_{12} est égale à la moitié de la contrainte appliquée et que la déformation de cisaillement ϵ_{12} est définie en fonction des déformations longitudinales ϵ_{xx} et transversales ϵ_{yy} par la relation :

$$2 \epsilon_{12} = \epsilon_{xx} - \epsilon_{yy} \quad (54)$$

D'où :

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{2\epsilon_{12}} = \frac{\sigma_{xx}}{2(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})} \quad (55)$$

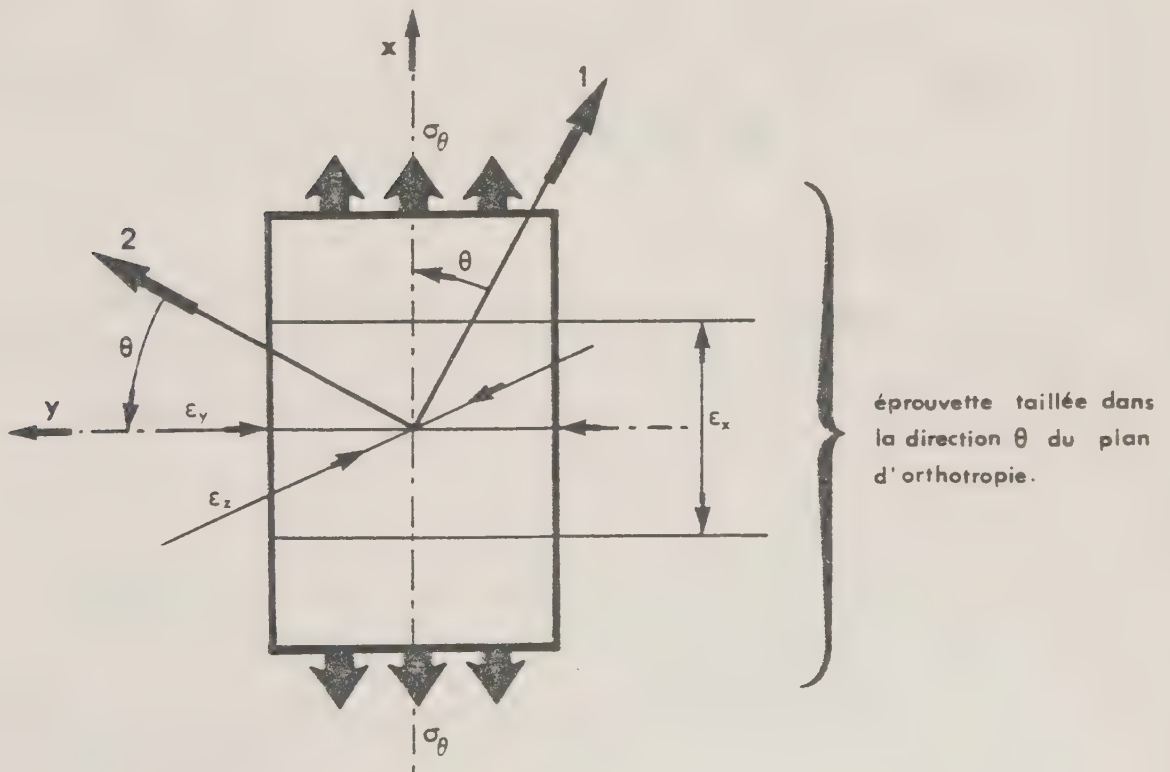


Schéma 25 : détails des positions des capteurs de déformation

Le schéma 25 montre le dispositif expérimental qui a exigé, pour la mesure directe de G_{12} , l'utilisation de deux extensomètres.

Pour déterminer E_{33} , nous avons mesuré la déformation de la plaque composite suivant l'épaisseur par des tests de compression en utilisant un empilement de plaques (voir schéma 26) et, en prenant de la même façon qu'en traction les pentes des courbes à l'origine (sous l'hypothèse de la continuité des comportements en traction et en compression pour des faibles déformations).

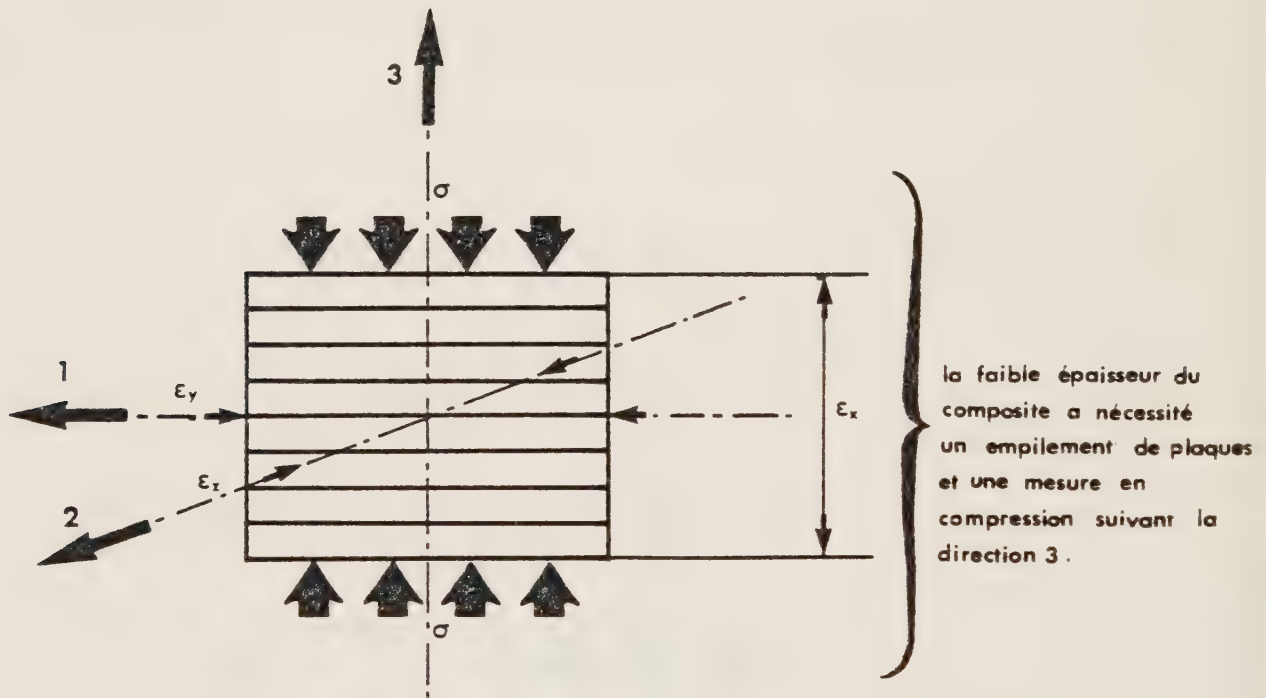


Schéma 26 : Mesures suivant la direction 3 en compression

Le tableau 27 montre l'ensemble des résultats numériques ainsi obtenus :

- Pour $\vartheta = 0^\circ$: (sens 1), on mesure σ , ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z ; on en déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{11} = \frac{1}{E_H} = \frac{\epsilon_x}{\sigma} \\ S_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_H} = \frac{\epsilon_y}{\sigma} \\ S_{13} = -\frac{\nu_{13}}{E_H} = \frac{\epsilon_z}{\sigma} \end{array} \right.$$

- Pour $\vartheta = 90^\circ$: (sens 2), on mesure $\sigma, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$; on en déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{21} = - \frac{\nu_{21}}{E_{22}} = \frac{\epsilon_y}{\sigma} \\ S_{22} = \frac{1}{E_{22}} = \frac{\epsilon_x}{\sigma} \\ S_{23} = - \frac{\nu_{23}}{E_{22}} = \frac{\epsilon_z}{\sigma} \end{array} \right.$$

- Pour $\vartheta = 45^\circ$: on mesure $\sigma, \epsilon_x, \epsilon_y$; on en déduit : $S_{66} = \frac{1}{G_{12}} = 2 \frac{(\epsilon_x - \epsilon_y)}{\sigma}$

- Pour la mesure en compression suivant la direction 3 : on mesure $\sigma, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$; on en déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{31} = - \frac{\nu_{31}}{E_{33}} = \frac{\epsilon_y}{\sigma} \\ S_{33} = \frac{1}{E_{33}} = \frac{\epsilon_x}{\sigma} \\ S_{32} = - \frac{\nu_{32}}{E_{33}} = \frac{\epsilon_z}{\sigma} \end{array} \right.$$

$E_{11} = 2110 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{21} = 0,14$
$E_{22} = 2415 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{31} = 0,17$
$E_{33} = 900 \text{ da N/mm}^2$	$\nu_{32} = 0,20$
$\nu_{12} = 0,12$	$G_{12} = 400 \text{ da N/mm}^2$
$\nu_{13} = 0,40$	
$\nu_{23} = 0,54$	

Tableau 27 : résultats numériques des caractéristiques
mécaniques obtenus par mesures directes

La répétabilité et la précision des valeurs numériques du tableau 27
sont meilleures que 5 %.

Conclusion :

Ces types d'essais nous ont permis de déterminer sept des neuf coefficients qui relient les contraintes aux déformations d'un milieu orthotrope présentant un comportement linéaire en traction. La modélisation obtenue est donc valable pour tous les essais de traction dans la mesure où l'on considère les pentes à l'origine des courbes de traction.

Nous avons vérifié que notre matériau est effectivement mécaniquement orthotrope à l'origine, et obtenu les quatre coefficients E_{11} , E_{22} , ν_{12} et G_{12} nécessaires aux calculs de la plaque considérée en état plan de contraintes et en théorie des plaques minces.

Les mesures des deux coefficients G_{13} et G_{23} n'ont pu être obtenues en traction, conséquence de la géométrie du matériau. Vong et Phang [79] proposent des tests de torsion de barreaux composites à section rectangulaire, qui permettent analytiquement et expérimentalement d'obtenir les modules de cisaillement G_{13} et G_{23} ainsi que les résistances en cisaillement τ_{23} et τ_{13} . Ces essais exigent la construction d'une machine de torsion, et nous avons préféré utiliser une méthode de mesures par ultrasons (chap. 7).

Nous avons, en effet, pu disposer d'un matériel sur lequel nous avons eu à mettre la méthode au point.

Les résultats ainsi obtenus pour G_{13} et G_{23} sont les suivants :

$$\begin{cases} G_{13} \approx 800 \text{ da N/mm}^2 \\ G_{23} \approx 700 \text{ da N/mm}^2 \end{cases}$$

La précision obtenue par cette méthode avec le matériel dont nous disposons est faible ($\leq 25 \%$) ; ceci est dû à la fois au principe des mesures en incidence oblique et aux caractéristiques géométriques du matériau (faible épaisseur).

6.3.2 - Limites élastiques caractérisées en traction uniaxiale :

Nous avons vu, aux paragraphes 6.2, que les courbes de traction, dans les essais "hors axes", présentent un "coude" pour une déformation se situant à 1 % et ceci, quelle que soit la direction de sollicitation. D'autre part, les décharges effectuées montrent que cette valeur de 1 % constitue le seuil au-dessus duquel on observe une déformation permanente après décharge. Nous avons donc défini comme limite élastique Y_θ , pour une direction θ donnée, la valeur de la contrainte au niveau de ce coude correspondant à 1 % de la déformation. La figure 28 montre l'évolution de la limite élastique Y_θ en fonction de l'orientation θ dans le plan (1,2) de la plaque. La courbe obtenue est similaire de la figure 24 pour des orientations de 15° à 75° et donne les valeurs numériques Y_θ . On peut remarquer que la rupture est atteinte avant l'apparition d'une limite élastique pour les deux directions de renforcement. (Absence de "coude" et de déformation résiduelle après décharges pour les essais de traction dans ces deux directions).

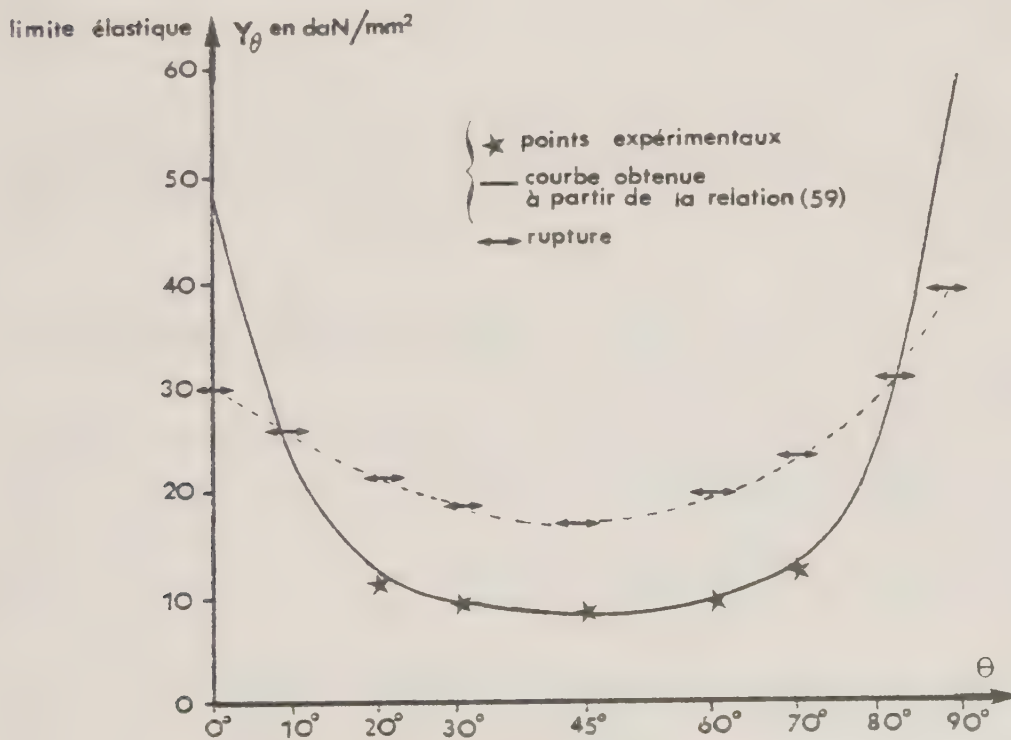


Figure 28 : Evolution de la limite élastique définie en traction uniaxiale en fonction de l'orientation

Cette isotropie du coude qui se situe à 1 % de la déformation quelle que soit l'orientation, a été attribuée à une plastification de la matrice sous l'effet de la contrainte de cisaillement octaédrique prévu par le critère de Von Misès pour un matériau isotrope :

$$\tau_{oct}^m = \frac{1}{3} [(\sigma_{11}^m - \sigma_{22}^m)^2 + (\sigma_{22}^m - \sigma_{33}^m)^2 + (\sigma_{11}^m - \sigma_{33}^m)^2 + 6(\tau_{23}^m^2 + \tau_{13}^m^2 + \tau_{12}^m^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (56)$$

où : $\tau_{oct}^m = \frac{\sqrt{2}}{3} Y^m$, et Y^m caractérise la limite élastique de la matrice en traction.

Nous avons adopté les hypothèses simples suivantes pour modéliser l'état de contrainte multiaxiale dans la résine époxy :

- L'orthotropie initiale n'est pas modifiée, donc, quelle que soit la contrainte σ_y appliquée, elle se décompose dans le repère d'orthotropie suivant :

$$\begin{cases} \sigma_{11} = \sigma_y \cos^2 \vartheta \\ \sigma_{22} = \sigma_y \sin^2 \vartheta \\ \tau_{12} = \sigma_y \cos \vartheta \sin \vartheta \end{cases} \quad (57)$$

- Dans les deux directions de renforcement, la contrainte appliquée σ_{11} ou σ_{22} se répartit suivant la loi des mélanges en négligeant l'effet du renforcement des fibres perpendiculaires.

- La contrainte de cisaillement τ_{12} dans le composite est entièrement reprise par la matrice, d'où :

$$\begin{cases} \sigma_{11}^m = \frac{E_m}{E_{11}} \sigma_{11} = \frac{E_m}{E_{11}} \cos^2 \vartheta \sigma_y \\ \sigma_{22}^m = \frac{E_m}{E_{22}} \sigma_{22} = \frac{E_m}{E_{22}} \sin^2 \vartheta \sigma_y \\ \tau_{12}^m = \tau_{12} = \sin \vartheta \cos \vartheta \sigma_y \end{cases} \quad (58)$$

Les dernières relations 58 et 56 conduisent à :

$$\tau_{oct}^m = \frac{\sigma_{\vartheta}}{3} \left[2 \left(\frac{E_m}{E_{11}} \right)^2 \cos^4 \vartheta + 2 \left(\frac{E_m}{E_{22}} \right)^2 \sin^4 \vartheta + \left(6 - 2 \frac{E_m^2}{E_{11}E_{22}} \right) \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \right]^{\frac{1}{2}} \quad (59)$$

Avec les valeurs de E_m , E_{11} , E_{22} citées précédemment (paragraphe 2.3.3 et 6.3.1), et en ajustant τ_{oct}^m sur toutes les valeurs de Y_{ϑ} (moindres carrés), la relation 59 permet :

- de déterminer la contrainte équivalente $\tau_{oct}^m \approx 3,5$ da N/mm² qui intervient dans le critère de Von Misès pour l'époxy ;
- de montrer que cette valeur de τ_{oct}^m assure une très bonne concordance, (donc la validité de notre modèle) avec les points expérimentaux Y_{ϑ} (figure 28).

Remarque :

Pour les directions comprises entre 10° et 80°, la figure 29 montre l'importance de la contrainte de cisaillement τ_{12} induite dans le composite sur le comportement de celui-ci dans les essais hors-axes ; comportement qui s'interprète par une plastification de la matrice principalement sous l'effet de cette contrainte de cisaillement.

En effet, les faibles valeurs des coefficients (E_m/E_{11}) , (E_m/E_{22}) et $(E_m^2/E_{11}E_{22})$ dans la relation 59 conduisent à l'approximation suivante pour $10^\circ \leq \vartheta \leq 80^\circ$:

$$\tau_{oct}^m \approx \frac{\sqrt{6}}{3} \sigma_{\vartheta} \cos \vartheta \sin \vartheta \approx 0,8 \tau_{12} \quad (60)$$

La figure 29 montre d'ailleurs l'excellente approximation de τ_{oct}^m par $\tau_{oct}^m = 0,8 \tau_{12}$ pour les directions variant de 10° à 80°.

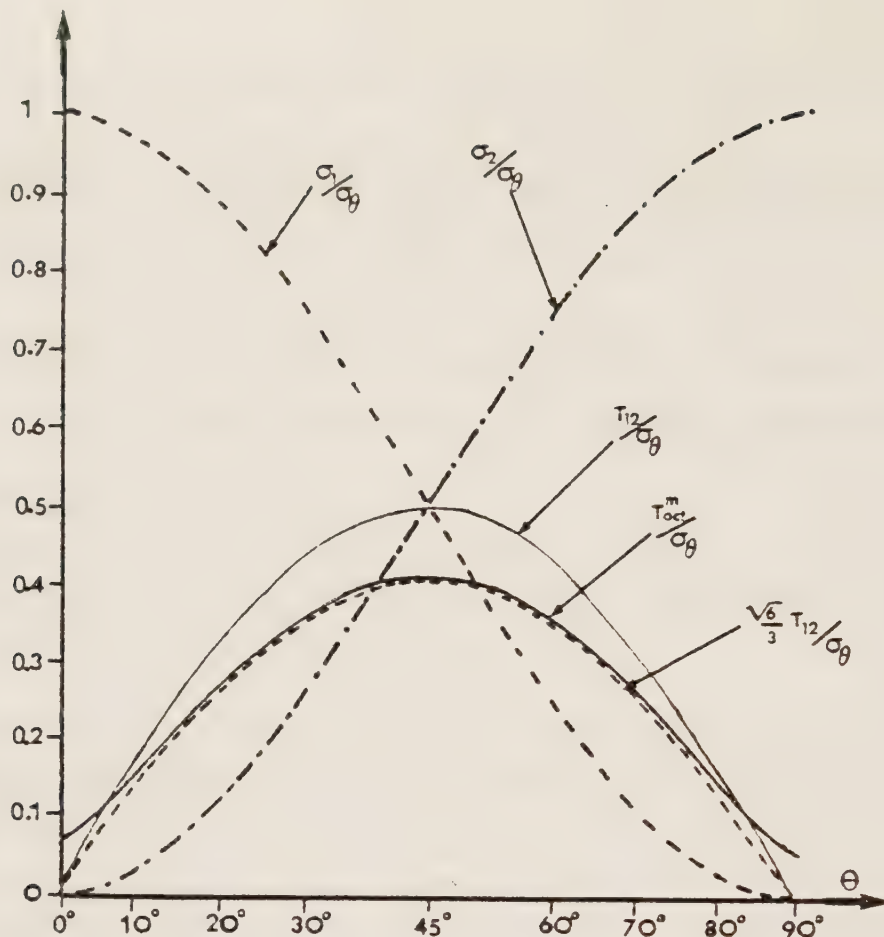


Figure 29 : Variations des contraintes normalisées en fonction de l'orientation θ pour une contrainte uniaxiale σ_0

6.3.3 - Contraintes de rupture et allongements à la rupture en traction uniaxiale :

De manière classique pour les composites, quelle que soit la direction θ de sollicitation, la rupture est brutale, elle est précédée par des bruits audibles qui correspondent à la rupture des fibres.

Les faciès de rupture montrent que les ruptures sont pratiquement toutes perpendiculaires à la direction de traction ; les surfaces rompues sont en dents de scie.

La figure 30 montre les contraintes de rupture σ_0^r et les allongements à la rupture ϵ_0^r obtenus pour un chargement en traction uniaxiale monotone croissant dans la direction θ du plan (1,2).

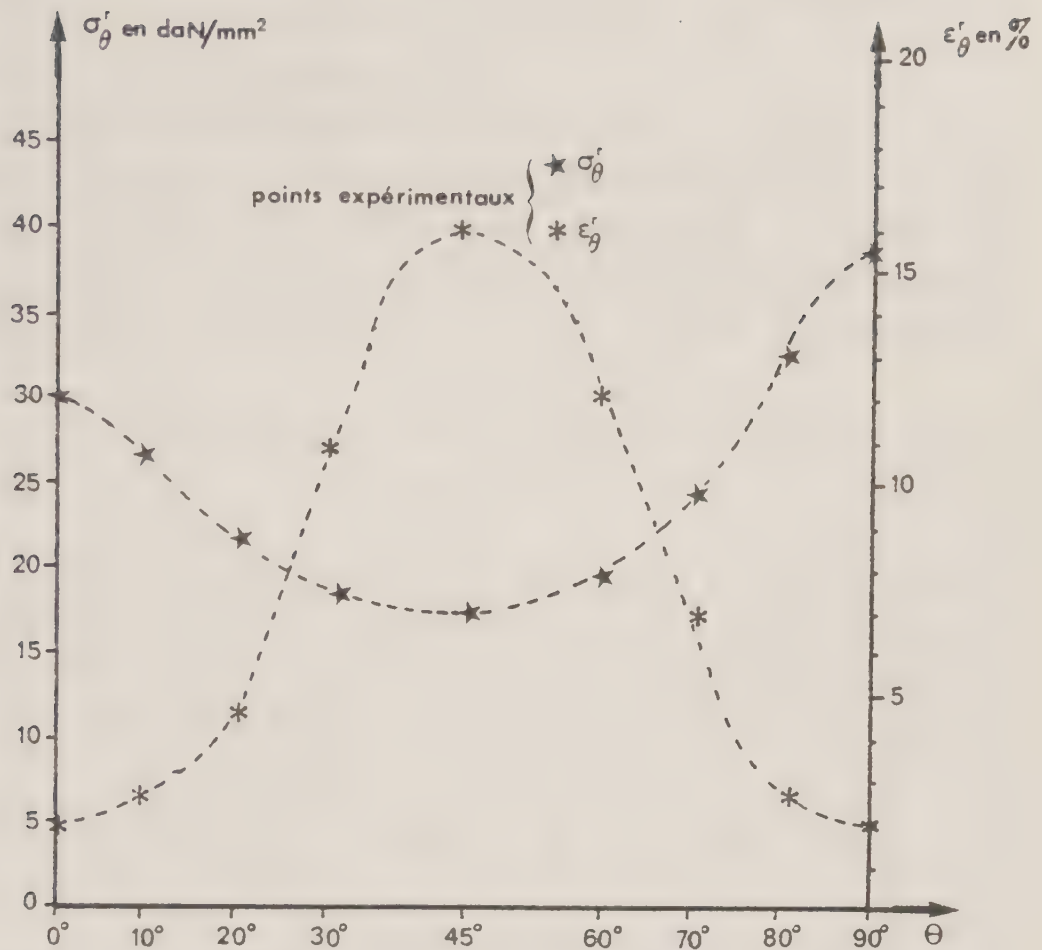


Figure 30 : Allongements et charges de rupture en traction en fonction de l'orientation

Les courbes de la figure 30 montrent l'étroite dépendance des caractéristiques de rupture avec l'orientation. La contrainte uniaxiale σ_0 décomposée dans le repère d'orthotropie de la plaque conduit aux trois contraintes σ_{11} , σ_{22} et τ_{12} (relations (57)).

Le phénomène de rupture est donc soumis à des critères sur les trois contraintes σ_{11} , σ_{22} et τ_{12} . Des critères variés ont été proposés pour décrire le comportement à la rupture des composites renforcés par fibres, et des

stratifiés. On distingue les critères de contraintes maximales, les critères de déformations maximales et les critères polynomiaux tels que ceux de Tsai-Hill [80], de Tsai-Wu [81], de Sandhu [82].

La connaissance du comportement à la rupture selon les trois sollicitations dans le repère d'orthotropie, longitudinale, transversale et de cisaillement permet de recalculer la courbe complète de comportement. Nous avons adopté le critère de Tsai-Hill [80] qui prévoit la contrainte de rupture en traction σ_{ϑ}^r dans la direction ϑ du plan (1,2) suivant la loi :

$$\left(\frac{1}{\sigma_{\vartheta}^r}\right)^2 = \frac{\cos^4 \vartheta}{X^2} + \left(\frac{1}{S^2} - \frac{1}{X^2}\right) \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta + \frac{\sin^4 \vartheta}{Y^2} \quad (60)$$

où X et Y sont les résistances de rupture en traction suivant les directions principales 1 et 2, et S la résistance en cisaillement de la plaque. Nous avons pris pour valeur de S la contrainte de cisaillement déduite de la contrainte de rupture en traction à 45°, d'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \sigma_{0^\circ}^r = 30 \text{ da N/mm}^2 \\ Y = \sigma_{90^\circ}^r = 39 \text{ da N/mm}^2 \\ S = \frac{1}{2} \sigma_{45^\circ}^r \approx 9 \text{ da N/mm}^2 \end{array} \right.$$

La figure 31 montre la concordance des résultats expérimentaux avec cette loi.

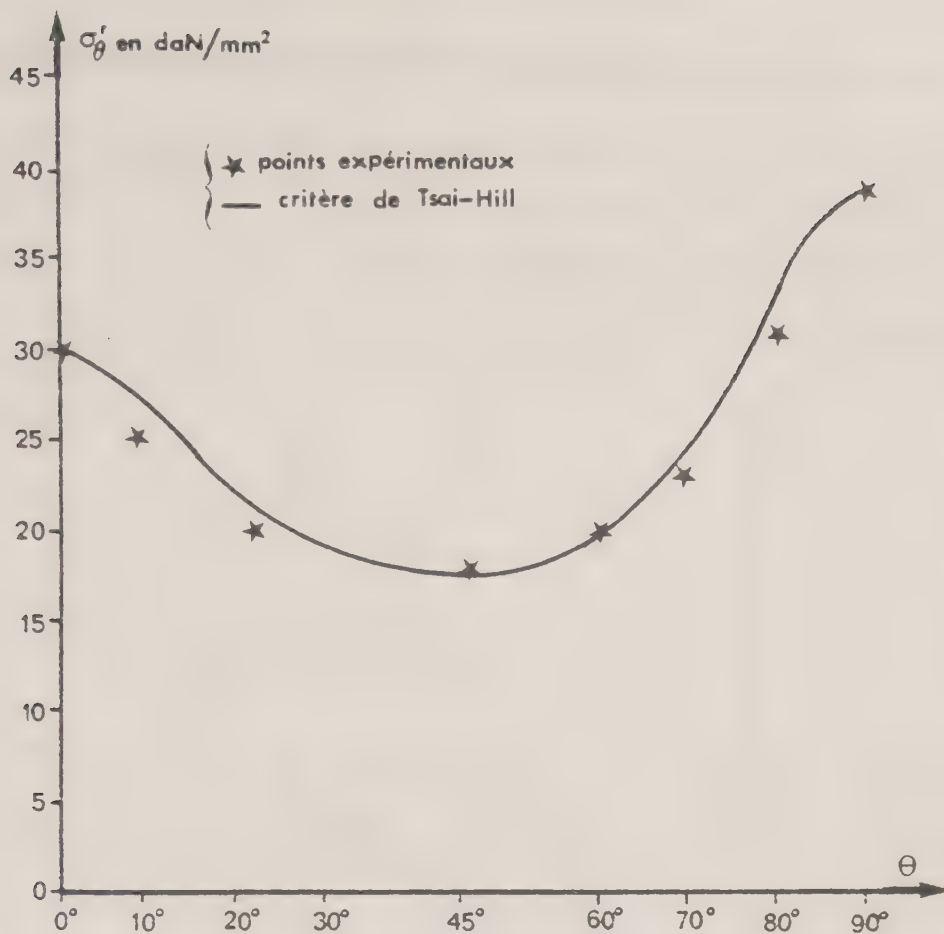


Figure 31 : Comparaison du critère de Tsai-Hill avec les points de rupture expérimentaux

Remarque sur les critères de rupture :

Le modèle de Tsai-Hill ne tient pas compte du comportement en compression du matériau, alors que le critère de Tsai-Wu en tient compte. D'autre part, ces deux modèles supposent une loi de comportement linéaire du matériau et appliquée à un stratifié, ils éliminent complètement la rigidité de la couche rompue, alors que le critère énergétique de rupture proposé par Sandhu tient compte de la non-linéarité du comportement et suppose une redistribution du chargement des couches rompues dans un stratifié.

6.4 - Contraintes résiduelles et cycles d'hystérésis lors des charges-décharges :

L'interprétation des résultats peut être faite par une approche micromécanique en considérant le comportement en traction du verre et de la résine par rapport à celui du composite (figure 32).

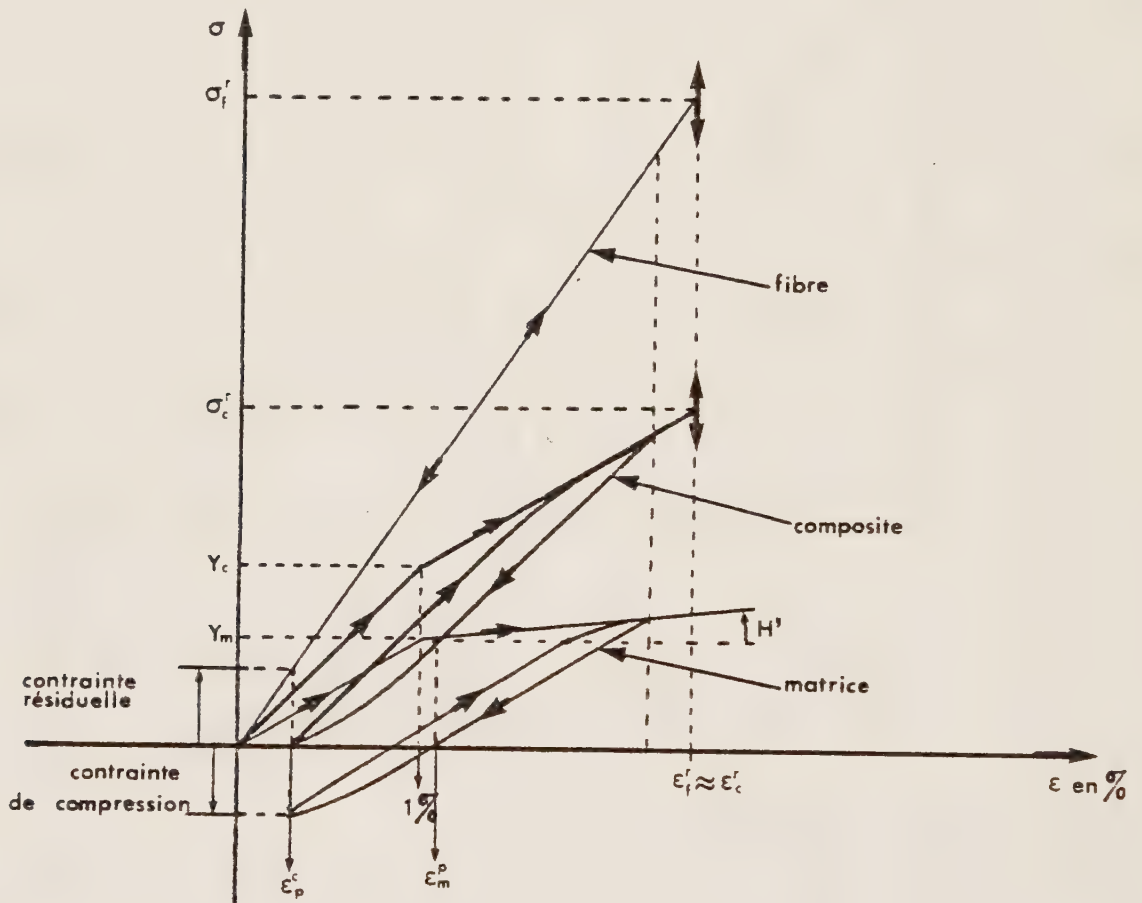


Figure 32 : Mécanisme du transfert de charge

En attribuant au verre un comportement élastique linéaire et à la matrice un comportement élastoplastique avec écrouissage, on peut déduire le comportement du composite qui est un compromis entre ces deux comportements :

- dans les directions des fibres, le composite a pratiquement le même comportement que celui des fibres,
- dans la direction 45°, le comportement du composite est proche de celui de la résine seule.

En reprenant les hypothèses faites au paragraphe 6.3.2, mais en schématisant le comportement en traction de la matrice en un comportement élasto-plastique avec écrouissage H' , on obtient par les équations de Levy Misès et Prandtl-Reuss :

$$d \epsilon_{ij}^m = d \epsilon_{ij}^m e + d \epsilon_{ij}^m p \quad (61)$$

$$\text{avec : } d \epsilon_{ij}^m p = \frac{3}{2} \frac{d \tau_{oct}^m}{\tau_{oct}^m} \frac{1}{H'} \sigma_{ij}'^m \quad (62)$$

où : $\sigma_{ij}'^m = [\sigma_{ij}^m - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\sigma_{11} + \sigma_{22})]$ est une composante du déviateur des contraintes de la matrice, qui, explicitée, conduit pour tout chargement σ_{11} , σ_{22} et σ_{12} à :

$$\left\{ \begin{array}{l} d \epsilon_{11}^m p = \frac{1}{H'} \frac{d \tau_{oct}^m}{\tau_{oct}^m} (\sigma_{11}^m - \frac{1}{2} \sigma_{22}^m) \\ d \epsilon_{22}^m p = \frac{1}{H'} \frac{d \tau_{oct}^m}{\tau_{oct}^m} (\sigma_{22}^m - \frac{1}{2} \sigma_{11}^m) \\ d \epsilon_{12}^m p = \frac{3}{2H'} \frac{d \tau_{oct}^m}{\tau_{oct}^m} \sigma_{12}^m \end{array} \right. \quad (63)$$

Les hypothèses d'équidéformation de la matrice et des fibres dans les directions 1 et 2 donnent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{11}^f = \epsilon_{11}^m = \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22}^f = \epsilon_{22}^m = \epsilon_{22} \end{array} \right. \quad (64)$$

En appliquant une contrainte σ_{ϑ} au composite telle que la matrice soit entrée dans son domaine plastique. Les relations 63 mettent en évidence des incréments de déformation plastique de la résine suivant 1 et 2.

Considérons l'exemple de la direction 1 (le raisonnement est identique pour la direction 2), nous avons d'après (63) :

$$d \epsilon_{11p}^m = \frac{1}{H'} \frac{d \tau_{oct}^m}{\tau_{oct}^m} (\sigma_{11}^m - \frac{1}{2} \sigma_{22}^m) \quad (65)$$

$$d'où : \epsilon_{11}^m = \frac{\sigma_{11}^m}{E_m} + \epsilon_{11p}^m \quad (66)$$

Les fibres ont un comportement purement élastique :

$$\epsilon_{11}^f = \frac{\sigma_{11}^f}{E_f} \quad (67)$$

La relation 64 conduit à :

$$\epsilon_{11}^m = \epsilon_{11}^f \Rightarrow \frac{\sigma_{11}^m}{E_m} + \epsilon_{11p}^m = \frac{\sigma_{11}^f}{E_f} \quad (68)$$

Lors d'une décharge, si on impose $\sigma_{\vartheta} = 0$ dans le composite, la déformation plastique ϵ_{11p}^m de la résine conduit par la relation 68 à la présence d'une contrainte résiduelle dans les fibres :

$$\sigma_{11}^f = E_f \epsilon_{11p}^m \quad (69)$$

La contrainte σ_{ϑ} est nulle, en appliquant la loi des mélanges :

$$\sigma_{11} = \sigma_{\vartheta} \cos^2 \vartheta = \alpha_1 V_f \sigma_{11}^f + V_m \sigma_{11}^m = 0 \quad (70)$$

$$d'où : \sigma_{11}^m = - \left(\frac{\alpha_1 V_f E_f}{V_m} \right) \epsilon_{11p}^m \quad (71)$$

et par changement des indices, on obtient suivant 2 :

$$\sigma_{22}^m = - \left(\frac{\alpha_2 V_f E_f}{V_m} \right) \epsilon_{22}^m p \quad (72)$$

Ces deux relations 71 et 72 mettent en évidence des contraintes de compressions dans la matrice. La figure 32 montre l'influence de ce comportement sur un essai de cyclage "charge-décharge" appliqué au composite : la présence de cycles d'hystérésis est due à la fois aux propriétés viscoélastiques de la résine, et à un effet Bauschinger introduit par la plastification de la matrice qui fait intervenir les comportements dissymétriques en traction et en compression de l'époxy.

Remarque : Cette modélisation a été confirmée lors des essais de fluage où nous avons observé du fluage négatif lors de décréments de contrainte $\Delta\sigma$; l'amplitude de ces décréments amenant la résine dans un domaine viscoélastique en compression.

6.5 - Conclusion sur les essais de traction :

Les essais de traction menés sur des éprouvettes vierges ont permis de relier la mesure de la déformation moyenne ϵ_g réalisée par extensométrie à la contrainte moyenne σ_g .

- Sept des neuf coefficients élastiques dont les quatre nécessaires aux calculs des plaques minces orthotropes ont été déterminés.
- La déformation plastique observée à partir de 1 % de déformation est due à la matrice.
- La rupture ajustée par le critère de Tsai-Hill qui tient compte du comportement dans les directions 1 et 2 et en cisaillement, permet de recalculer les ruptures expérimentales pour toutes les orientations.

Nous avançons les résultats suivants valables uniquement en chargement monotone :

- dans les deux directions de renforcement 1 et 2, le comportement est élastique linéaire fragile ; la rupture étant contrôlée par les fibres ;

quelques mesures d'émission acoustique lors d'essais de traction ont mises en évidence un endommagement progressif de la résine caractérisé par des événements de basses et moyennes énergies sur les enregistrements, et peu avant la rupture, des événements de forte énergie qui correspondent à la rupture de quelques fibres se produisent, entraînant aussitôt un phénomène d'avalanche qui conduit à la rupture totale des fibres et du composite.

- dans les essais hors axes, le comportement du matériau en cisaillement est non-linéaire (ceci est dû au rôle prépondérant de la matrice qui se plastifie : phénomène du "blanchiment" qui est dû à l'existence et à l'évolution de micro-vides et de micro-fissures dans la matrice) et plastique : existence d'une déformation résiduelle croissante avec σ_{ij} . Nous pouvons schématiser le comportement en cisaillement en disant qu'il est élastoplastique avec un écrouissage linéaire.

Les cycles d'hystérésis observés au cours des cyclages "charges-décharges" ont été expliqués par l'existence d'une contrainte résiduelle dans les fibres de verre due à la déformation plastique de la résine : cette contrainte résiduelle crée un état de compression dans l'époxy lors de la décharge qui introduit un effet Bauschinger.

CHAPITRE VII

Essais de mesures par ondes ultrasonores

7.1 - Introduction :

Les mesures que nous avons envisagées par ultrasons avaient pour but, d'une part, de confirmer les résultats obtenus en traction pour la détermination des 9 coefficients d'orthotropie, et, d'autre part, de modéliser les propriétés viscoélastiques du composite en corrélant les vitesses de propagation de l'onde dans le milieu composite à la fréquence de celle-ci.

7.2 - Rappels théoriques et principe des mesures [83, 84, 85, 86, 87] :

7.2.1 - Dispositif expérimental et rappels théoriques :

La méthode ultrasonore permet de mesurer les vitesses de propagation dans un échantillon du matériau à caractériser, en fonction de l'angle d'incidence.

Nous considérons ici une méthode par transmission dans un ban à immersion : le schéma 33 indique le dispositif expérimental.

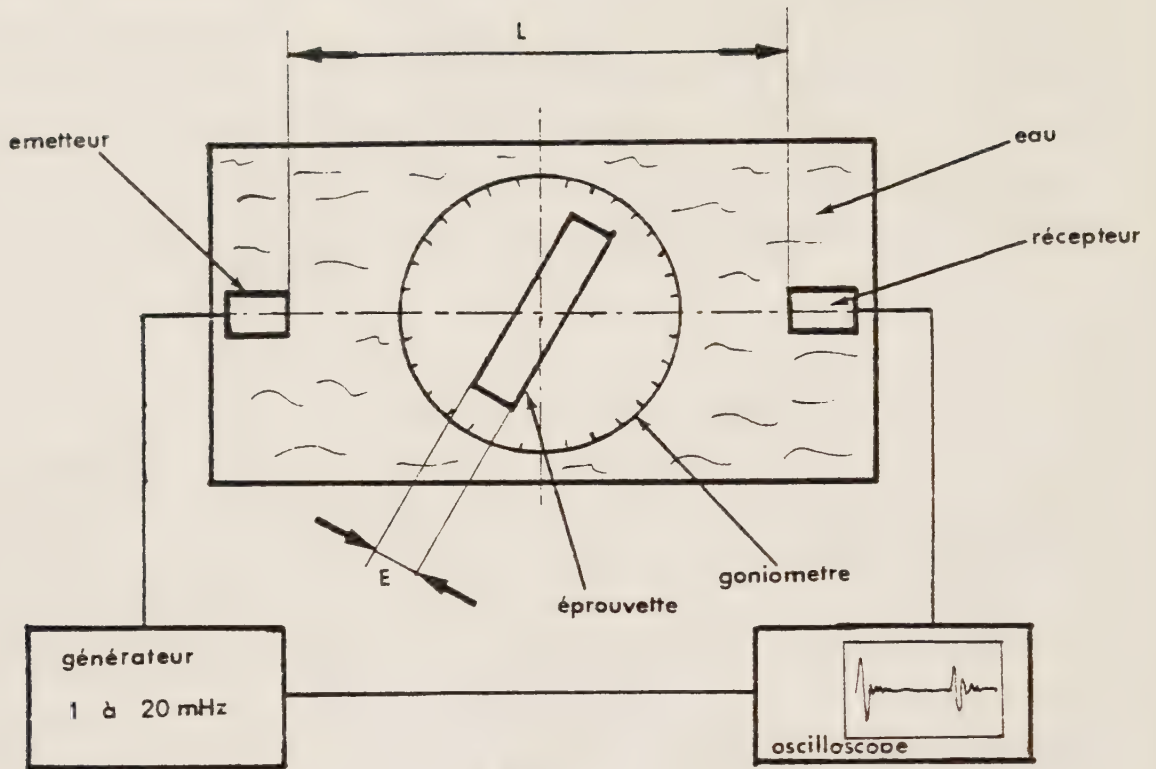


Figure 33 : Schéma du dispositif expérimental et principe de fonctionnement

Les équations du mouvement s'écrivent :

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\sigma_{ij}}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0 \quad (73)$$

où ρ est la densité moyenne du matériau ($\rho \approx 1,9$). Si il se propage une onde plane sinusoïdale dans notre éprouvette :

$$u_k = U_k \exp \frac{2\pi i}{\lambda} (n_j x_j - v t) \quad (74)$$

avec :

- n_j cosinus directeurs de la normale $\vec{n}$ au plan de phase
- v vitesse de phase
- λ longueur d'onde
- U_k amplitude de la composante du déplacement u_k .

La relation de comportement de notre matériau qui relie les contraintes aux déformations par la loi de Hook :

$$[\sigma_{ij}] = [C_{ijkl}] [\epsilon_{kl}] \quad (75)$$

conduit avec les relations (73) et (74) aux équations du mouvement :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho v^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho v^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{13} & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} - \rho v^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = 0 \quad (76)$$

Les vitesses de propagation sont régies par le tenseur de propagation de Christoffel $[\Gamma_{ij}]$ et sont solutions de l'équation aux valeurs propres :

$$\det [\Gamma_{ij} - \rho v^2 \delta_{ij}] = 0 \quad (77)$$

Le tenseur $[\Gamma_{ij}]$ étant symétrique, admet 3 valeurs propres réelles, donc nous avons 3 vitesses de propagation dans un milieu anisotrope et pour un milieu orthotrope, le tenseur de Christoffel s'exprime dans le repère d'orthotropie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{11} = C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 \\ \Gamma_{22} = C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 \\ \Gamma_{33} = C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 \\ \Gamma_{12} = (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2 \\ \Gamma_{13} = (C_{13} + C_{55}) n_1 n_3 \\ \Gamma_{23} = (C_{23} + C_{33}) n_2 n_3 \end{array} \right. \quad (78)$$

7.2.2 - Principe des mesures :

a) mesure directe de C_{11} , C_{22} et C_{33} en incidence normale :

Traisons le cas de la mesure de C_{11} . L'onde ultrasonore est dirigée normalement à la direction 1, donc, $n_1 = 1$ et $n_2 = n_3 = 0$. Les relations (77) et (78) conduisent à :

$$\underbrace{(C_{11} - \rho v^2)}_{\substack{1 \text{ onde longitudi-} \\ \text{nale pure}}} \underbrace{(C_{66} - \rho v^2) (C_{55} - \rho v^2)}_{2 \text{ ondes transversales pures}} = 0 \quad (79)$$

L'interface liquide-solide ne permet la propagation que de l'onde longitudinale, donc seule : $v = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$ est mesurable.

Le schéma 34 indique le principe de mesure.

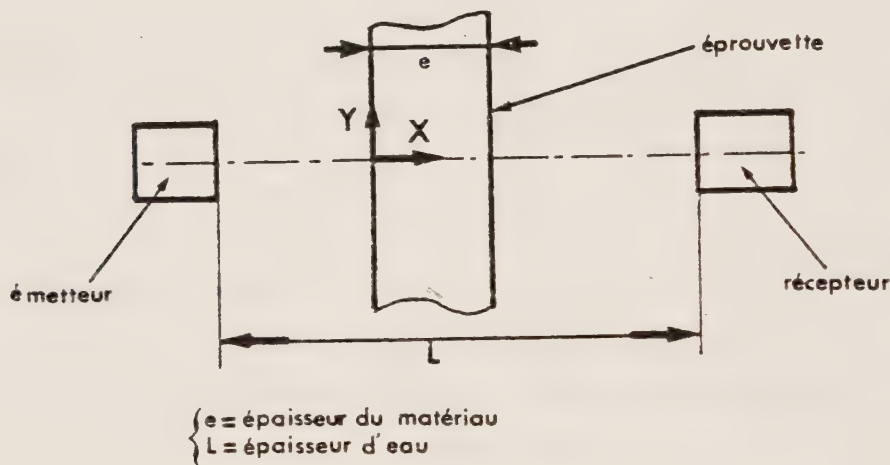


Figure 34 : Principe de mesure en incidence normale

L'épaisseur d'eau L étant fixée, l'oscilloscope donne le temps de parcours $T_0 = \frac{L}{V_0}$ qui détermine la vitesse de propagation du signal dans l'eau : $V_0 \approx 1497 \text{ m/s}$.

En intercalant notre plaque composite, la mesure du nouveau temps de parcours :

$$T_1 = \frac{L-e}{V_0} + \frac{e}{V} \quad (80)$$

conduit à la vitesse V de propagation dans le matériau suivant la direction 1 :

$$V = \frac{V_0}{1 - \frac{\Delta L}{e}} \quad (81)$$

où : $\Delta L = V_0 (T_0 - T_1)$ (82)

La valeur de C_{11} recherchée est alors donnée par :

$$C_{11} = \rho V^2 = \rho \left(\frac{V_0}{1 - \frac{\Delta L}{e}} \right)^2 \quad (83)$$

La même méthode est utilisée pour déterminer C_{22} et C_{33} , respectivement en incidence normale suivant les directions principales d'orthotropie 2 et 3.

b) mesure des autres coefficients C_{ij} en incidence oblique :

Nous avons utilisé une onde arrivant en incidence oblique par rapport à la plaque et se propageant suivant les plans privilégiés d'orthotropie du matériau plans (1,2), (1,3) et (2,3).

Le schéma 35 indique le principe de la mesure dans le cas d'une onde unique se propageant dans le milieu.

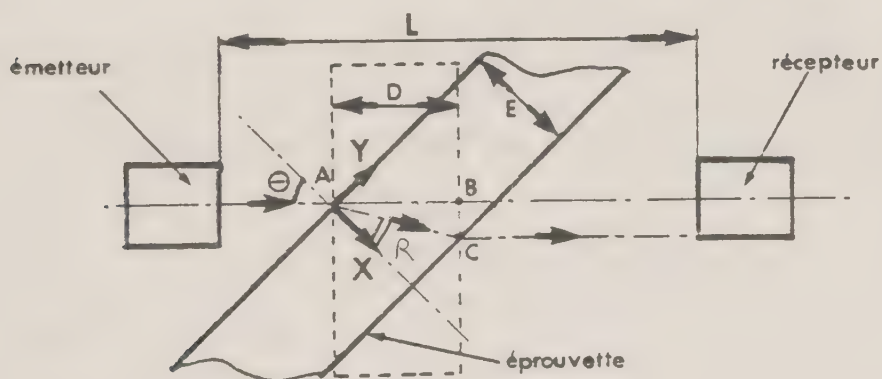


Schéma 35 : incidence oblique

On cherche à déterminer la vitesse V de propagation suivant la direction $\vec{R}$.

$$\text{On mesure : } T_1 = \frac{L-d}{V_0} + \frac{AC}{V} \quad (84)$$

les considérations géométriques du schéma 35 conduisent à :

$$\left\{ \begin{array}{l} AC = \frac{e}{\cos R} \\ d = AC \cos (\vartheta - R) = e \frac{\cos (\vartheta - R)}{\cos R} \end{array} \right. \quad (85)$$

La loi de réfraction de Descartes donne :

$$\frac{V}{\sin R} = \frac{V_0}{\sin \vartheta} \quad (86)$$

Les relations 84, 85 et 86 déterminent la direction de propagation $\vec{R}$ ($\cos R$, $\sin R$) dans le plan et la vitesse V de propagation du signal suivant $\vec{R}$ par :

$$\left\{ \begin{array}{l} V = \frac{V_0}{\sqrt{1 + \frac{\Delta L}{e} \left(\frac{\Delta L}{e} - 2 \cos \vartheta \right)}} \\ \cos R = \sqrt{1 - \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \sin^2 \vartheta} \\ \sin R = \frac{\sin \vartheta}{\sqrt{1 + \frac{\Delta L}{e} \left(\frac{\Delta L}{e} - 2 \cos \vartheta \right)}} \end{array} \right. \quad (87)$$

Nous exposons ici le calcul d'une onde se propageant suivant le plan d'orthotropie (1,2). (Les résultats sont identiques pour les plans (1,3) et (2,3) en échangeant les indices).

Pour $\vec{n} = \vec{R} = (\cos R, \sin R, 0)$, le tenseur de Christoffel (relations 78) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{11} = C_{11} \cos^2 R + C_{66} \sin^2 R \\ \Gamma_{22} = C_{66} \cos^2 R + C_{22} \sin^2 R \\ \Gamma_{33} = C_{55} \cos^2 R + C_{44} \sin^2 R \\ \Gamma_{12} = (C_{12} + C_{66}) \cos R \sin R \\ \Gamma_{13} = \Gamma_{23} = 0 \end{array} \right. \quad (88)$$

Les vitesses sont solutions de :

$$\left| \begin{array}{ccc} \Gamma_{11} - \rho V^2 & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{12} & \Gamma_{22} - \rho V^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} - \rho V^2 \end{array} \right| = (\Gamma_{33} - \rho V^2) [\rho^2 V^4 - \rho V^2 (\Gamma_{11} + \Gamma_{22}) + \Gamma_{11} \Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2] = 0$$

nous avons donc trois ondes se propageant dans le matériau :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho V^2 = \Gamma_{33} \text{ qui est une transversale pure, qui est non observable avec l'interface solide-liquide,} \\ 2\rho V^2 = (\Gamma_{11} + \Gamma_{22}) \pm \sqrt{(\Gamma_{11} + \Gamma_{22})^2 - 4\Gamma_{11}\Gamma_{22} + 4\Gamma_{12}^2} \end{array} \right. \quad (89)$$

qui sont deux ondes observables : une onde quasi-longitudinale (signe +), c'est la plus rapide ; et une onde quasi-transversale (signe -), qui est la plus lente.

La mesure d'une vitesse V par la relation (89) fait intervenir les coefficients C_{12} et C_{66} (les coefficients C_{11} et C_{22} étant préalablement déterminés en incidence normale) dans les relations (88).

Si l'on pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} a(\vartheta) = \cos^2 R \sin^2 R \\ b(\vartheta) = C_{11} \cos^4 R + C_{22} \cos^2 R \sin^2 R - \rho V^2 \\ c(\vartheta) = C_{11} C_{22} \cos^2 R \sin^2 R - \rho V^2 (C_{11} \cos^2 R + C_{22} \sin^2 R) + \rho^2 V^4 \end{array} \right. \quad (90)$$

pour déterminer C_{12} et C_{66} , nous avons à résoudre une équation du type :

$$a(\vartheta) (C_{12} + C_{66})^2 = a(\vartheta) C_{66}^2 + b(\vartheta) C_{66} + c(\vartheta) \quad (91)$$

Pour 2 incidences ϑ_0 et ϑ_1 avec les mêmes indices, nous obtenons le système :

$$\begin{cases} (C_{12} + C_{66})^2 = C_{66}^2 + \frac{b_0}{a_0} C_{66} + \frac{c_0}{a_0} \\ (C_{12} + C_{66})^2 = C_{66}^2 + \frac{b_1}{a_1} C_{66} + \frac{c_1}{a_1} \end{cases} \quad (92)$$

qui donne :

$$\begin{cases} C_{66} = - \left(\frac{a_1 c_0 - a_0 c_1}{a_1 b_0 - a_0 b_1} \right) \\ C_{12} = -C_{66} + \sqrt{C_{66}^2 + \frac{b_0}{a_0} C_{66} + \frac{c_0}{a_0}} \end{cases} \quad (93)$$

Le même raisonnement conduit dans le plan (1,3) à la détermination de C_{13} et C_{55} ; et de C_{23} et C_{44} dans le plan (2,3).

7.3 - Résultats numériques :

Un programme de dépouillement donne, d'après la connaissance de l'angle d'incidence ϑ et la vitesse V de propagation, et une optimisation au sens des moindres carrés des valeurs C_{ij} obtenues par un nombre redondant d'expérimentations les résultats du tableau 36 .

Tableau 36 : résultats obtenus par
mesures ultrasonores

Coefficients de Poisson, modules d'Young et de Coulomb :

$$\left\{ \begin{array}{ll} E_{11} = 2,55 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & G_{12} = C_{66} = 690 \text{ N/m}^2 \\ E_{22} = 2,70 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & G_{13} = C_{55} = 803 \text{ N/m}^2 \\ E_{33} = 1,60 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & G_{23} = C_{44} = 713 \text{ N/m}^2 \\ \\ \nu_{12} = 0,264 & \nu_{21} = 0,279 \\ \nu_{13} = 0,084 & \nu_{31} = 0,053 \\ \nu_{23} = 0,271 & \nu_{32} = 0,160 \end{array} \right.$$

Coefficients S_{ij} :

$$\left\{ \begin{array}{ll} S_{11} = 2,92 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N} & S_{23} = -1,004 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N} \\ S_{12} = -1,036 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N} & S_{33} = 3,701 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N} \\ S_{13} = -3,305 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N} & S_{44} = 6,257 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2/\text{N} \\ S_{44} = 1,402 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N} & \\ S_{55} = 1,244 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N} & \\ S_{66} = 1,448 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N} & \end{array} \right.$$

Coefficients C_{ij} :

$$\left\{ \begin{array}{ll} C_{11} = 2,803 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & C_{23} = 0,541 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 \\ C_{12} = 0,862 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & C_{22} = 3,09 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 \\ C_{13} = 0,286 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & C_{33} = 1,70 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 \\ C_{44} = 0,713 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & \\ C_{55} = 0,804 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & \\ C_{66} = 0,690 \cdot 10^{+10} \text{ N/m}^2 & \end{array} \right.$$

7.4 - Conclusions et limites inhérentes à la nature composite et aux dimensions géométriques des éprouvettes :

L'écart notable des résultats obtenus par ultrasons (tableau 36) avec les résultats obtenus à partir des essais de traction (écart supérieur à 30 % dans certains cas) est lié à la nature des éprouvettes :

a) épaisseur de l'éprouvette : il faut que l'épaisseur de l'éprouvette soit telle que l'on puisse considérer qu'il ne s'établit pas de régime permanent.

Si l'enveloppe des trains d'ondes ultrasonores est définie par une fonction de la forme $\sin^2 \left(\frac{2\pi}{T} t \right)$, et en mesurant le temps de transit sur le maximum du signal, cette condition s'écrit :

$$e \geq \frac{VT}{4} \quad (94)$$

où : $\left\{ \begin{array}{l} e = \text{épaisseur de la plaque} \\ T = \text{période de l'enveloppe ou longueur du signal} \\ V = \text{vitesse mesurée.} \end{array} \right.$

Les mesures expérimentales ont nécessité de travailler avec des signaux de spectres de fréquence étroits : régimes impulsionnels.

b) comportement dispersif du matériau composite : L'étude du spectre de fréquence du signal montre qu'il peut être modifié après passage dans le matériau composite. Ce changement, dû à la dispersion acoustique causée par l'hétérogénéité du milieu, implique une dépendance de la vitesse de propagation avec la fréquence.

Nous avons observé une distorsion de la forme du signal. Cette distorsion est la principale cause d'imprécision car l'on ne peut pas repérer exactement un point du signal reçu avec le point correspondant du signal émis.

Une méthode plus fine exigerait de faire l'analyse spectrale du signal avant et après passage à travers l'éprouvette.

Ces difficultés expérimentales n'ont donc pas permis de déterminer les compliances complexes $[C_{ijkl}]$ caractérisant un milieu viscoélastique linéaire, car un balayage en fréquence n'a pas mis en évidence une variation significative des vitesses de propagation dans la gamme de fréquence de 1 MHz à 10 MHz (les faibles variations enregistrées se situent dans la zone d'imprécision des résultats).

La mesure de l'endommagement d'une éprouvette ayant subi une histoire de chargements connue par cette méthode d'ultrasons n'a rien donné car la corrélation de l'amplitude du signal reçu avec une théorie de l'endommagement exige un choix de longueurs d'ondes inférieures à la dimension du défaut (microvides, microfissures...), et avec un tel choix de fréquence, notre milieu apparaît comme totalement hétérogène. Aucun signal n'est transmis dès que la fréquence est voisine ou supérieure à 10 MHz, (pour une fréquence inférieure à 10 MHz, la vitesse V de propagation étant de l'ordre de 3500 m/s, nous avons une longueur d'onde $\lambda = \frac{V}{f} \approx 0,35 \text{ mm}$ qui ne permet pas de visualiser ces microvides et ces microfissures).

CHAPITRE VIII

Résultats et modélisation des essais de fluage

8.1 - Présentation des essais :

On étudie la déformation macroscopique au cours du temps du matériau composite soumis à une contrainte de traction uniaxiale constante, la température étant fixée (sous humidité et air ambiante).

La durée minimum des essais effectués est de 48 heures. Les essais de fluage ont été réalisés suivant les directions 0° , 20° , 30° , 45° et 90° du plan d'orthotropie.

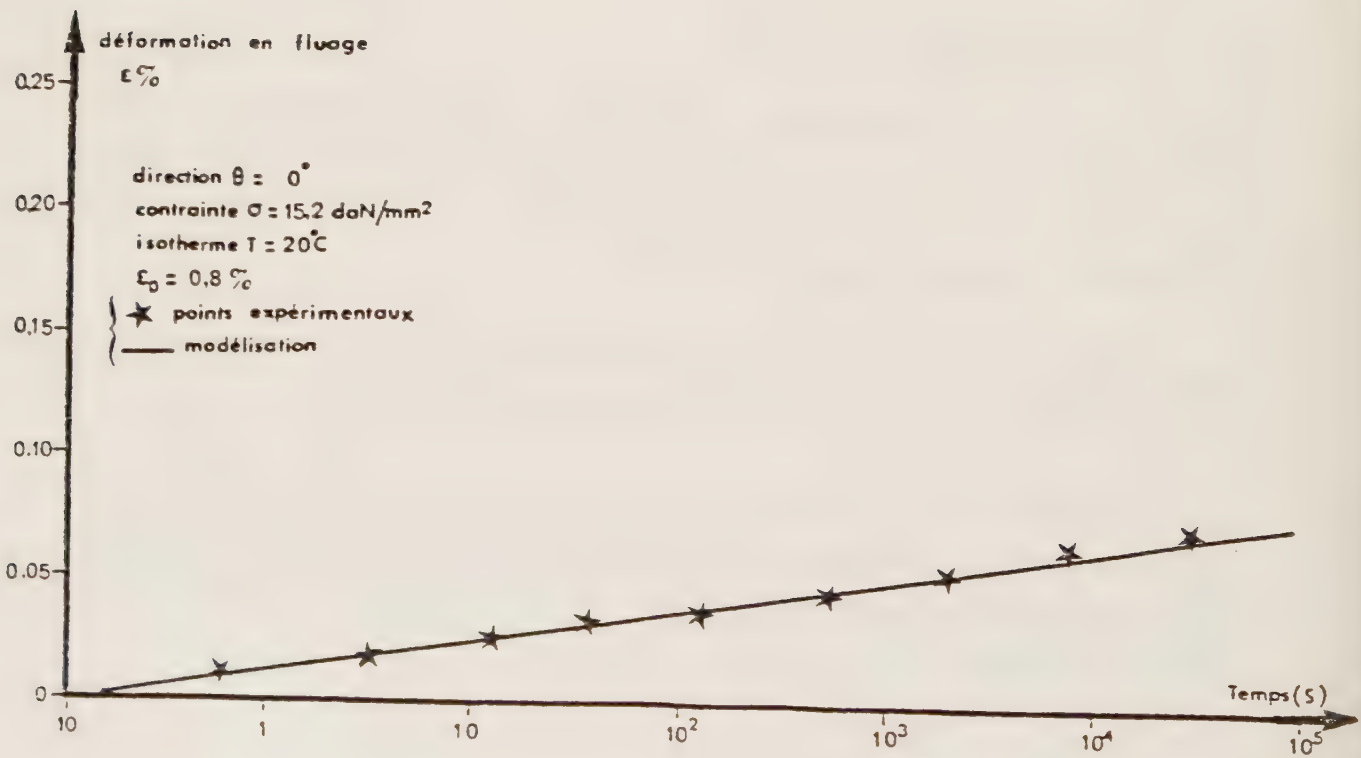
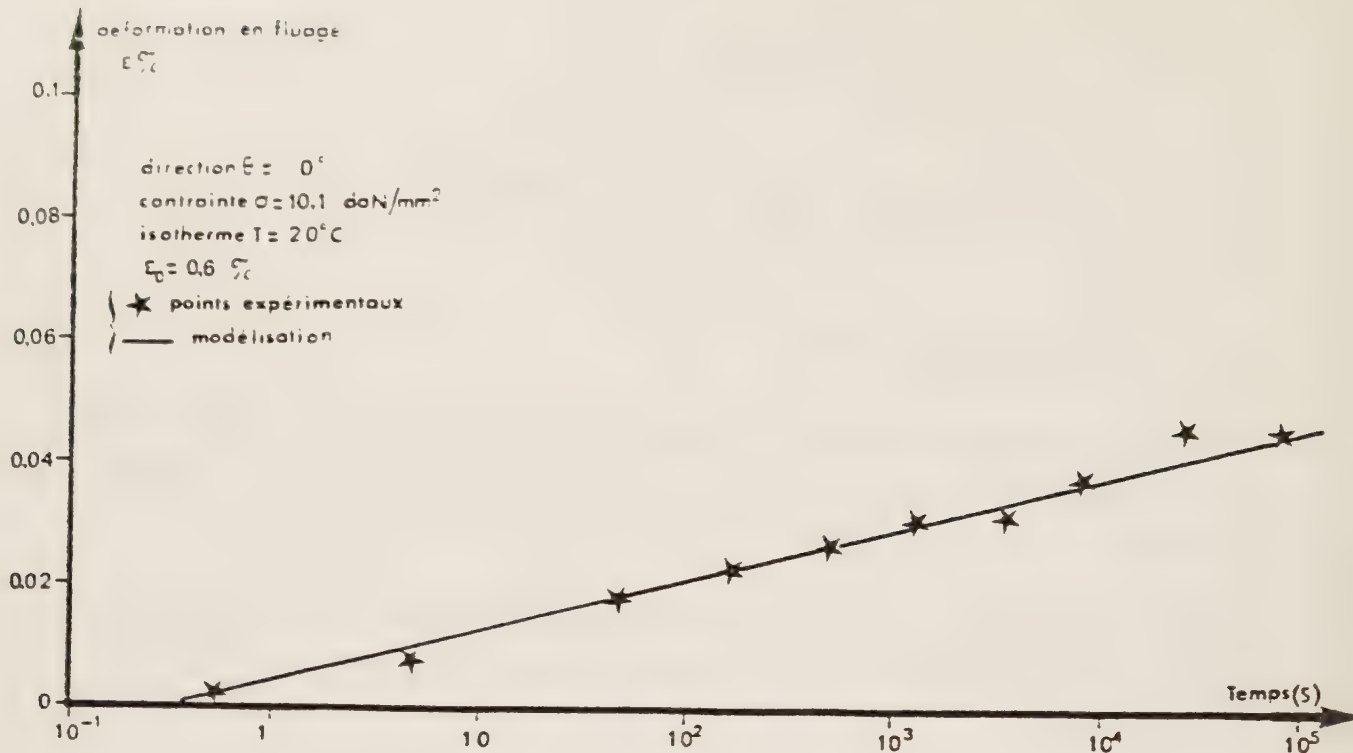
La forme des éprouvettes, les conditions de mesure et les moyens expérimentaux sont ceux décrits au chapitre 5.

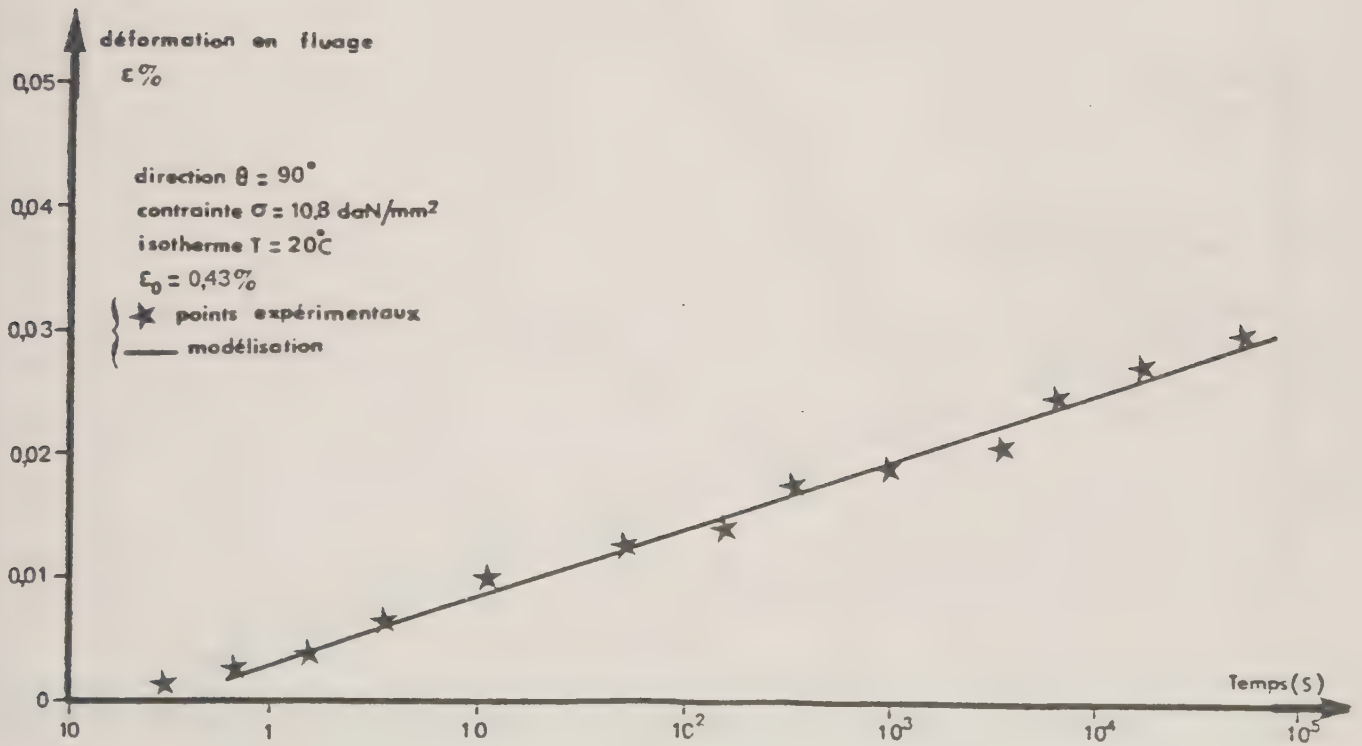
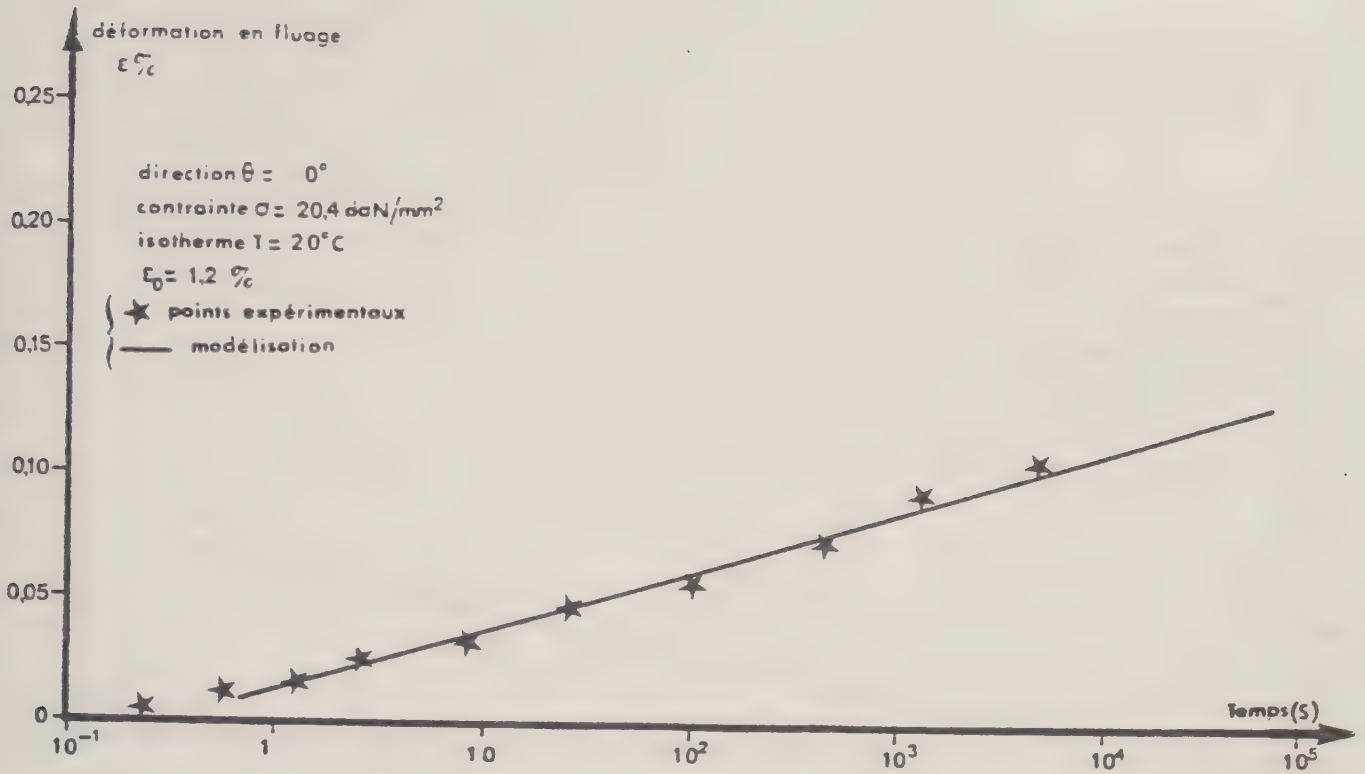
8.2 - Allure des courbes de fluage :

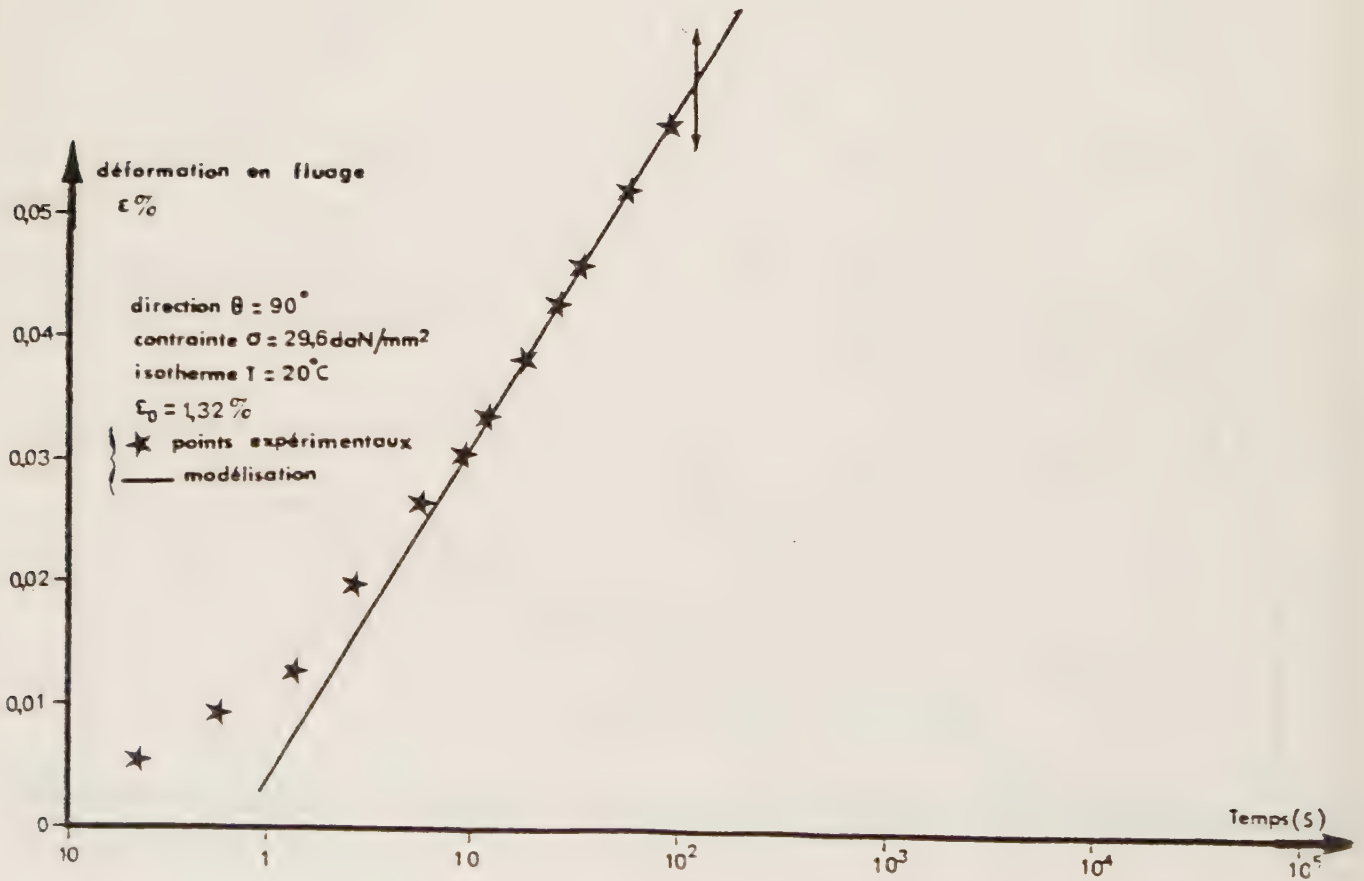
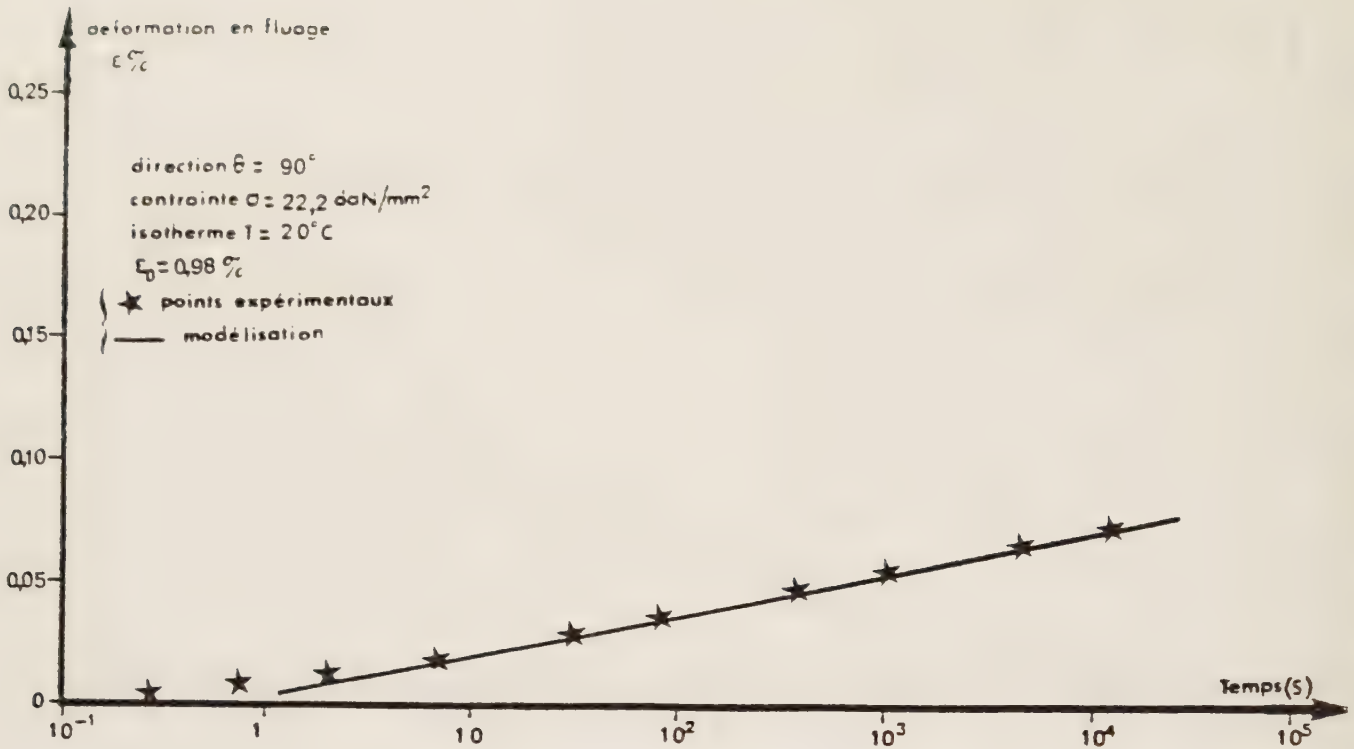
Quelle que soit la direction de sollicitation dans le matériau, les courbes de fluage (pages (71-a) à (71-e)) montrent une évolution de la déformation $\epsilon(t)$, donc de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}(t)$, dépendant du temps t (absence de fluage stationnaire).

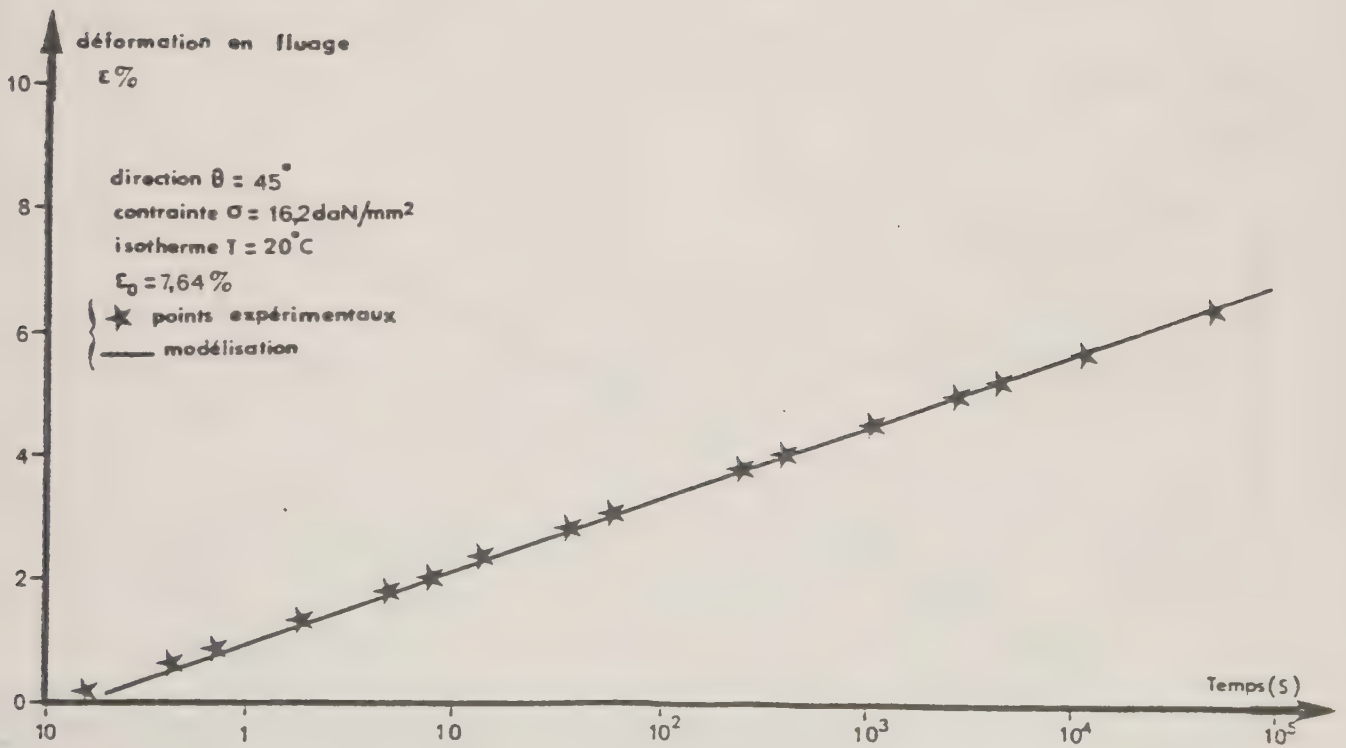
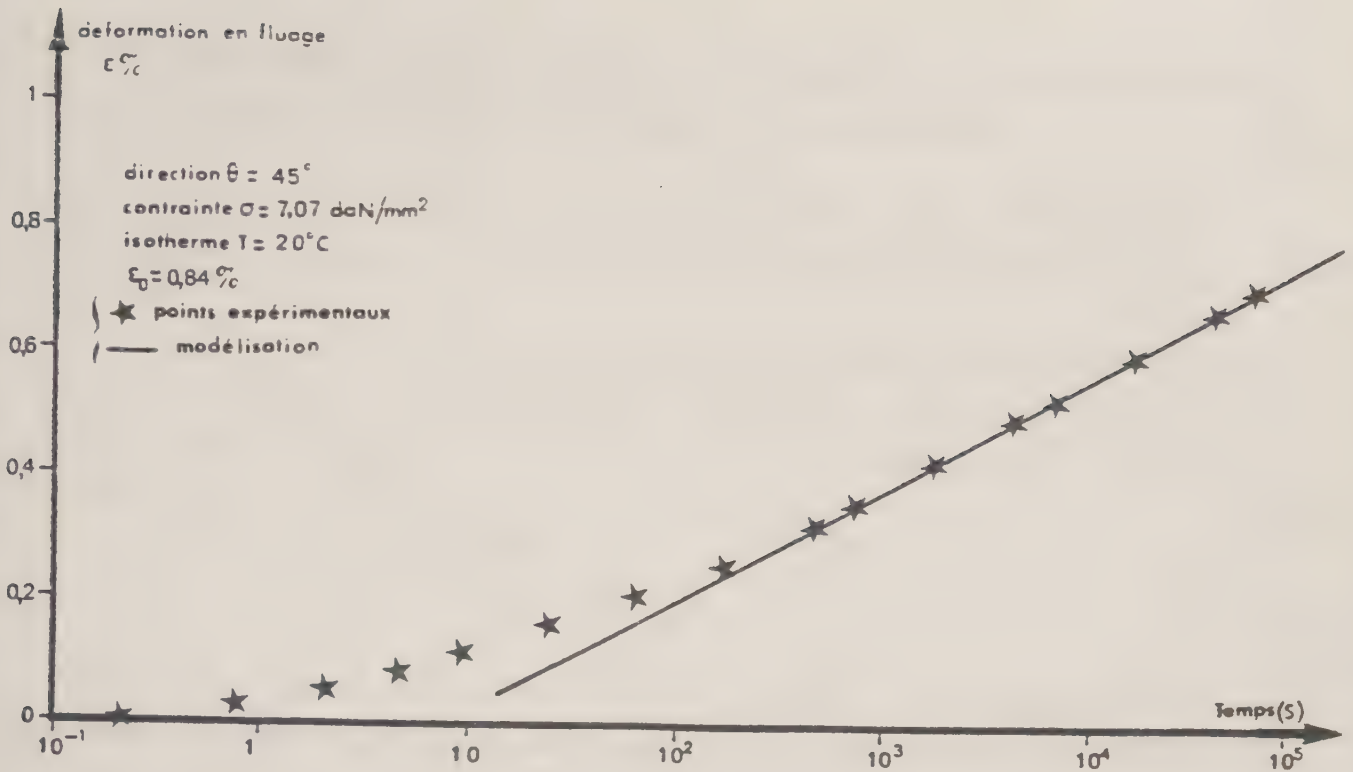
L'amplitude de la déformation en fluage dépend à la fois de la direction de sollicitation et du niveau de la contrainte appliquée.

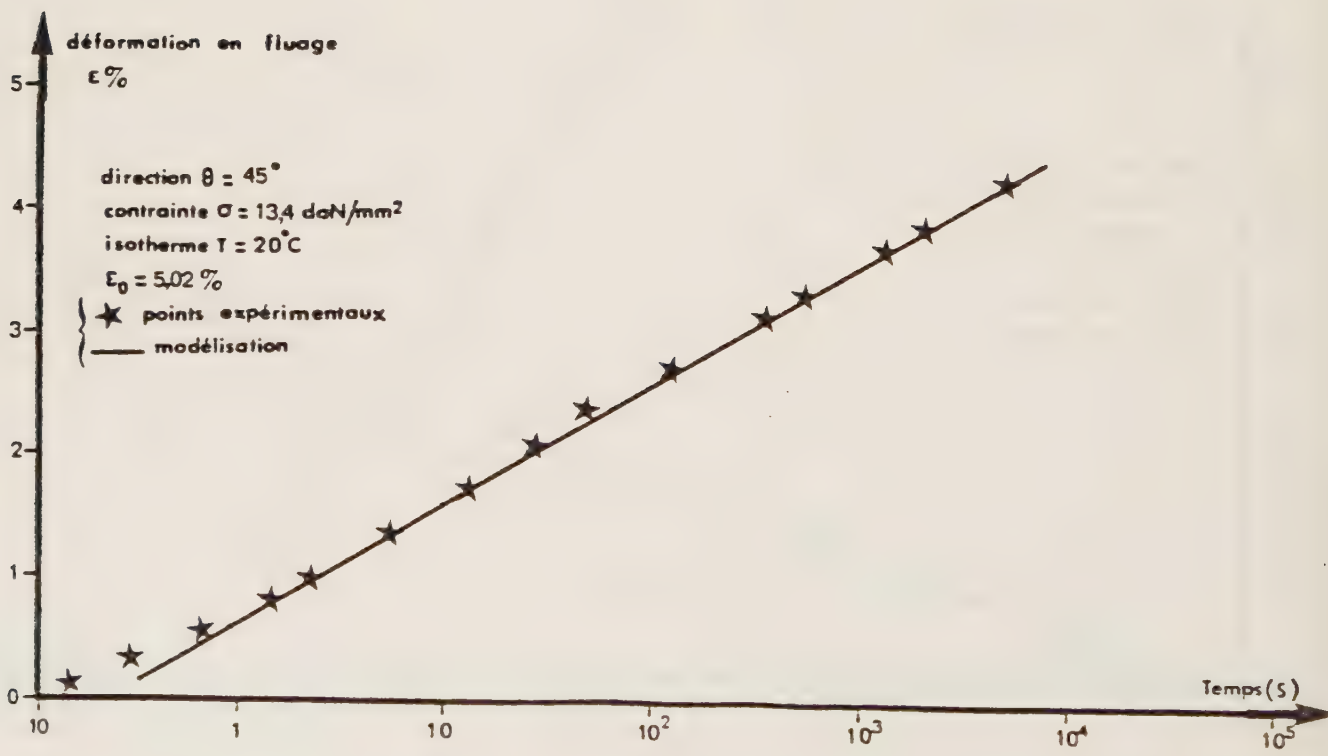
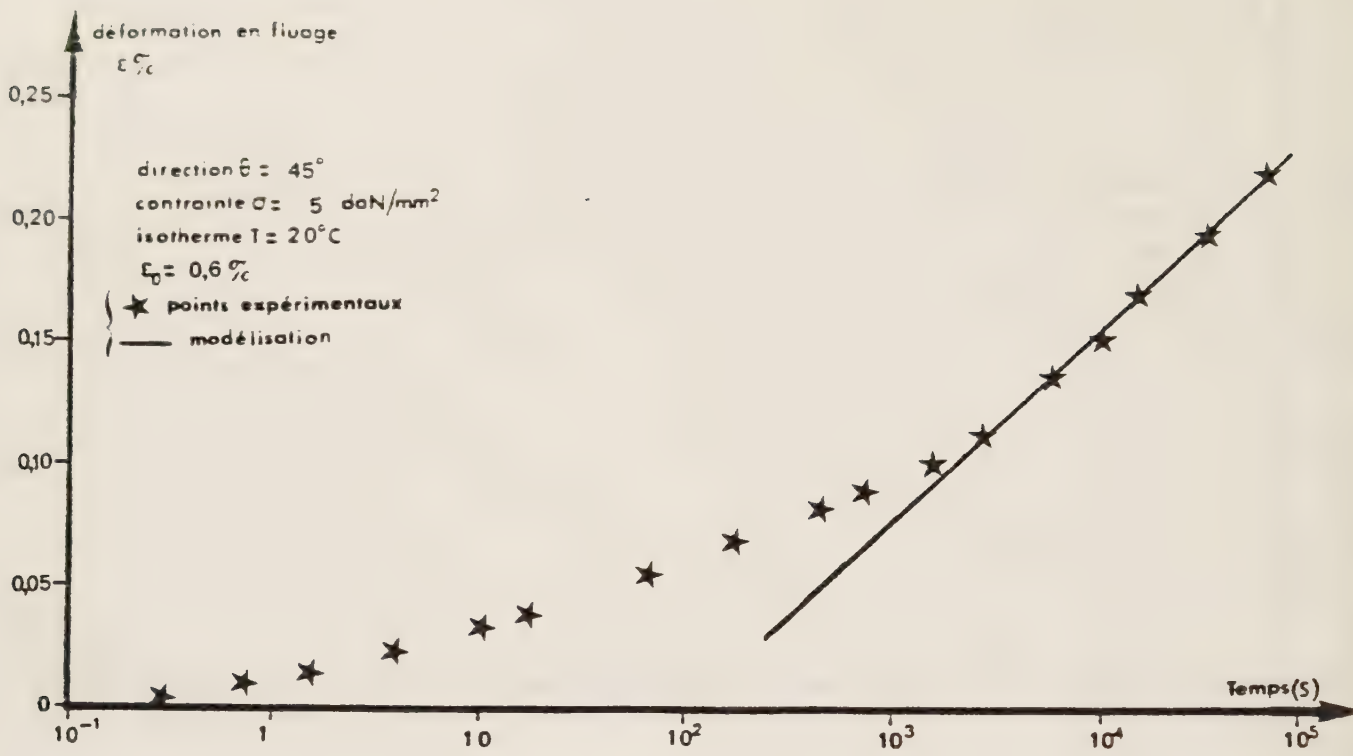
La température T est fixée dans l'intervalle de température de 20°C à 80°C : son influence est très faible sur l'amplitude de la déformation en fluage (faible activation thermique du fluage de notre matériau dans cette gamme de température).











8.3 - Approximation de la déformation macroscopique en fluage par une loi logarithmique du temps aux moyennes et fortes contraintes :

La température T et la contrainte σ étant fixées, nous avons essayé de modéliser l'évolution de la déformation en fonction du temps t .

Pour cela, nous avons repris les hypothèses suggérées par Fessler et Hyde [88] de séparation de la déformation en fluage en produit de trois fonctions dépendant chacune d'un des paramètres temps, contrainte et température.

$$\epsilon_{fl} = F(\sigma) G(t) H(T) \quad (95)$$

à température et à contrainte fixée, la déformation en fluage ne dépend donc plus que du temps t et portée en échelle logarithmique du temps, on observe une variation linéaire de la déformation pour des temps supérieurs à quelques secondes.

Pour assurer la consistance d'une loi - $\log t$ - à $t = 0$, nous avons modélisé l'ensemble des expériences par une fonction de la forme :

$$\epsilon_{fl} = A(\sigma, T) \text{LN}(1 + \alpha t) \quad (96)$$

Remarque :

- Cette modélisation permet d'ajuster les essais de fluage quelles que soient l'orientation et la contrainte dans la gamme de 4 daN/mm² à 40 daN/mm².

- Aux faibles contraintes (≤ 10 daN/mm²), l'évolution de la déformation en fluage diverge légèrement de la loi logarithmique (96) et il semble qu'en faite, une loi puissance t^n convienne alors davantage pour les directions "hors-axes".

- D'autre part, le paramètre n évolue avec la contrainte de $n = 0,2$ pour une contrainte inférieure à 10 daN/mm² vers des valeurs très faibles

$n \approx 0,02$ à $0,01$ à contraintes élevées (≥ 10 daN/mm²).

- L'approximation qui nous permet d'ajuster nos essais quelle que soit la contrainte et qui est faite en considérant un fluage logarithmique, revient à prendre une vitesse de déformation pour des temps suffisamment grands :

$$\epsilon_{fl}^0 = \frac{A(\sigma, T)}{t^{1-n}} \quad (97)$$

avec n petit devant 1 à contraintes supérieures à 10 daN/mm² ; résultat qui conduit bien à une approximation logarithmique :

$$\epsilon_{fl}^0 \approx \frac{A(\sigma, T)}{t} \Rightarrow \epsilon_{fl} \approx A(\sigma, T) \cdot \text{LN } t \quad (98)$$

8.4 - Influence de la contrainte appliquée :

Pour une isotherme fixée T_0 , nous avons étudié l'influence de la contrainte appliquée σ_{ϑ} dans la direction de sollicitation ϑ en portant sur la figure 37, le paramètre $A(\sigma_{\vartheta}, T_0)$, qui traduit la pente des courbes de fluage à long terme portée en échelle logarithmique de t , en fonction de $\text{Log } (\sigma_{\vartheta})$.

$$A_{\vartheta}(\sigma_{\vartheta}, T_0) = \frac{\partial \epsilon_{fl}}{\partial \text{LN } t} \quad (99)$$

Avec une telle échelle, la variation de $A_{\vartheta}(\sigma_{\vartheta}, T_0)$ est pratiquement linéaire en fonction de σ_{ϑ} , nous avons donc une relation de la forme :

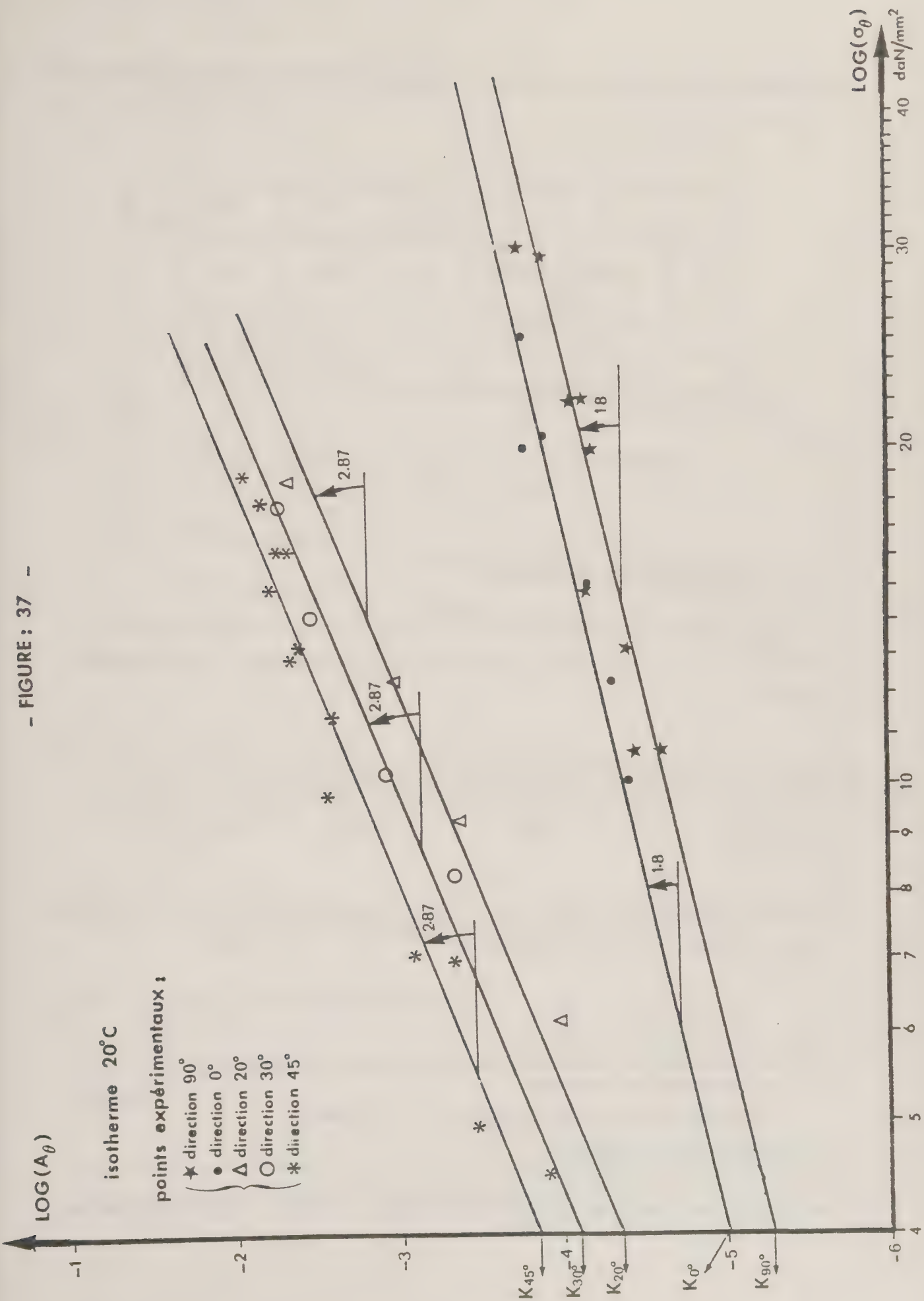
$$A_{\vartheta}(\sigma_{\vartheta}, T_0) = K_{\vartheta} \sigma_{\vartheta}^{m_{\vartheta}} \quad (100)$$

où m_{ϑ} et K_{ϑ} varient avec l'orientation et sont déterminés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{\vartheta} = \left(\frac{\partial \log A_{\vartheta}}{\partial \log \sigma_{\vartheta}} \right) \end{array} \right. \quad (101)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \log K_{\vartheta} = \log A_{\vartheta} - \left(\frac{\partial \log A_{\vartheta}}{\partial \log \sigma_{\vartheta}} \right) \log \sigma_{\vartheta} \end{array} \right. \quad (102)$$

- FIGURE : 37 -



Le tableau 38 montre les valeurs obtenues pour les orientations 0°, 20°, 30°, 45° et 90°.

	0°	20°	30°	45°	90°
m_g	1,8	2,87	2,87	2,87	1,8
K_g	$5,3 \cdot 10^{-7}$	$0,9 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$3,3 \cdot 10^{-7}$

Tableau 38 : valeurs numériques de m_g et K_g pour différentes orientations ϑ à 20°C

8.5 - Influence de la température :

La température joue un rôle très faible qui se traduit par un léger accroissement des amplitudes de déformation en fluage avec l'élévation de celle-ci.

Les résultats expérimentaux montrent que l'effet de la température ne modifie pas l'évolution de la déformation en fluage qui reste une loi logarithmique du temps et la sensibilité à la contrainte m_g introduit par la relation 100 .

Seul le paramètre K_g inclut l'effet de la température que l'on a recherché sous la forme de la loi d'Arrhénius :

$$H(T) = \exp - \left(\frac{U}{KT} \right) \quad (103)$$

K = constante de Boltzmann

U = énergie d'activation apparente du phénomène

T = température absolue

Le tracé d'un diagramme d'Arrhénius $\ln [K_g] = f(1/T)$ (figure 38) met en

évidence une énergie d'activation $U \approx 1,4 \cdot 10^{-20}$ Joule qui est indépendante de l'orientation ϑ .

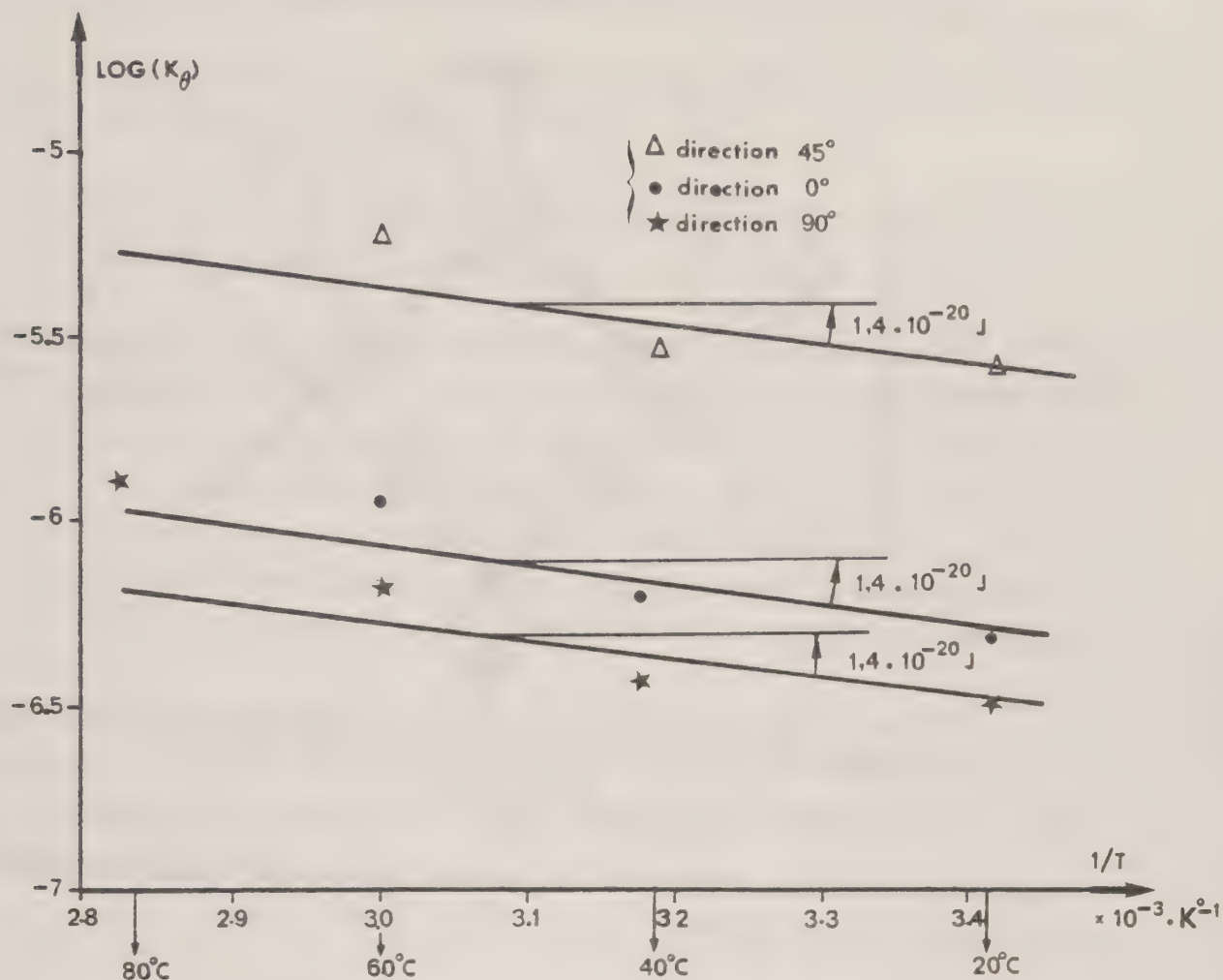


Figure 38 : diagramme d'Arrhénius $\text{LN}(K_g) = f(1/T)$

8.6 - Influence de l'orientation ϑ :

8.6.1 - Hypothèse de la conservation de l'orthotropie initiale à l'état déformé :

Nous avons vu au chapitre 6, que la déformation maximale enregistrée avant rupture était de 15 % dans la direction 45° . Dans cette situation à l'état

déformé, en considérant que la déformation du composite est due uniquement à la déformation en cisaillement de la matrice, les fibres ne s'allongeant pratiquement pas, on obtient avec la figure 39 une rotation maximum des fibres considérées comme directions principales d'environ $9,5^\circ$.

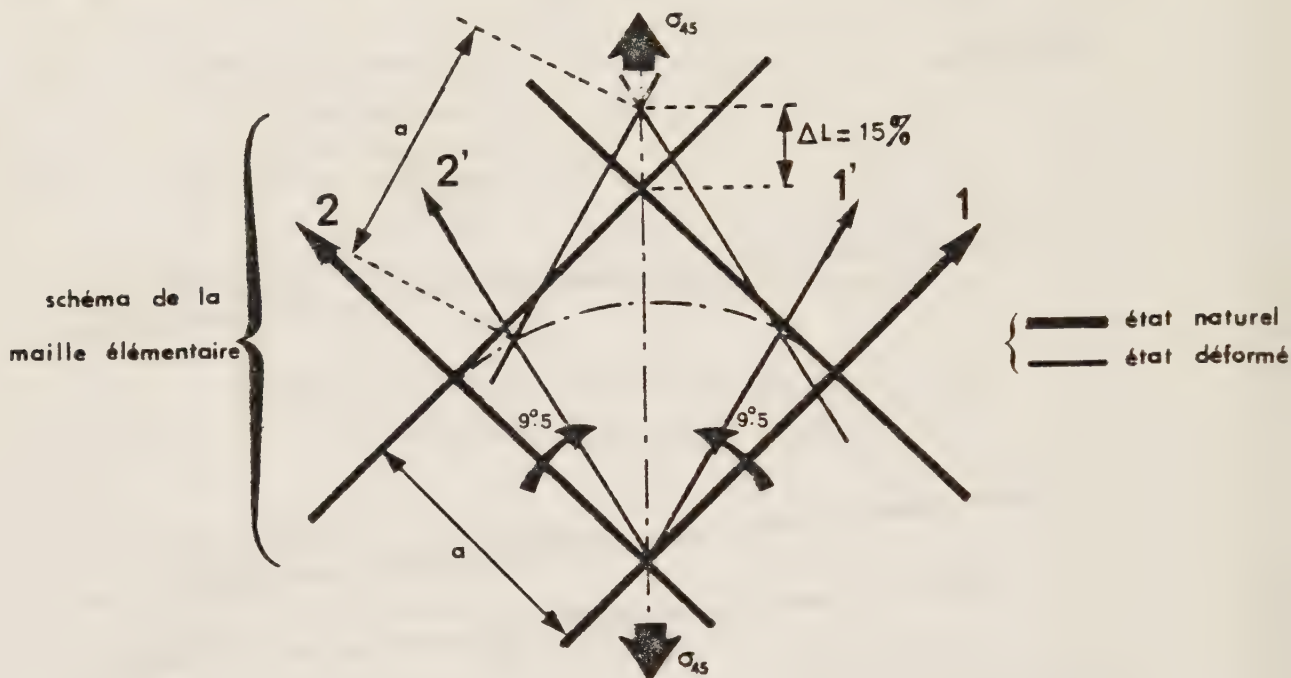


Figure 39 : désorientation maximale des directions des fibres

Ce modèle qui est une schématisation extrême montre la faible désorientation subie par les fibres.

Nous avons donc considéré que, dans le composite à l'état déformé, les fibres gardaient leurs directions initiales constantes et que, par conséquent, l'orthotropie initiale n'était pas modifiée par l'écoulement en fluage.

8.6.2 - Ajustement d'un modèle élastoviscoplastique de type Hill avec un écrouissage par le temps :

L'hypothèse de la conservation de l'orthotropie initiale conduit à un écrouissage isotrope avec une loi d'écoulement de la forme (cas plan) prévu par Hill :

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11}^0 \\ \epsilon_{22}^0 \\ \epsilon_{12}^0 \end{bmatrix} = f(\sigma_{ij}) g(t) h(T) \begin{bmatrix} H+G & -H & 0 \\ -H & F+H & 0 \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (104)$$

- . La fonction $g(t) \approx \frac{1}{t}$ (relation 98) pour des temps supérieurs à quelques secondes quelle que soit l'orientation.
- . La fonction $h(T)$ est celle déterminée par la relation (103), qui est valable pour toutes les directions.
- . Nous avons vu au paragraphe 8.4 que la modélisation des essais de fluage en contrainte apparente σ_g avec un écrouissage par le temps montrait une différence de comportement entre les essais dans les directions 0° et 90° où la sensibilité à la contrainte est $m_g = 1,8$, et l'ensemble des essais "hors-axes" où $m_g = 2,87$; d'autre part, la figure 37 montre la nette différence d'amplitude des déformations en fluage (rapport ≈ 100) dès que la contrainte $\sigma_g \geq 10 \text{ daN/mm}^2$ entre ces deux types d'essais.

Ces différentes remarques permettent donc d'appliquer un modèle de type Hill, en considérant que le comportement dans les directions des fibres est purement élastique vu les faibles amplitudes de déformation en fluage dans ces directions,

$$\text{d'où : } H = G = F \approx 0 \quad (105)$$

Et pour les essais hors-axes, le comportement du composite est élastovisco-plastique sous l'effet uniquement de la contrainte de cisaillement :

$$\sigma_{12} = 2 \sigma_g \cos \vartheta \sin \vartheta \quad (106)$$

Le tenseur des vitesses de déformation conduit à la vitesse de déformation dans la direction ϑ par :

$$\epsilon^{\vartheta} = \epsilon_{11}^0 \cos^2 \vartheta + \epsilon_{22}^0 \sin^2 \vartheta + 2 \epsilon_{12}^0 \cos \vartheta \sin \vartheta . \quad (107)$$

D'après les relations 104, 105, 106 et 107, il vient :

$$\dot{\epsilon}_{\theta} = 4N \cos^2 \theta \sin^2 \theta g(t) h(T) f(\sigma_{\theta}) \sigma_{\theta} \quad (108)$$

Cette dernière relation identifiée avec les résultats en fluage dans les essais hors-axes :

$$\dot{\epsilon}_{\theta} = \frac{K_{\theta} \sigma_{\theta}^{2,87}}{t} \quad (109)$$

conduit à :

$$\begin{cases} K_{\theta} = 4N \cos^2 \theta \sin^2 \theta h(T) \\ f(\sigma_{\theta}) = \sigma_{\theta}^{1,87} \\ g(t) = \frac{1}{t} \end{cases} \quad (110)$$

La figure 40 montre la bonne approximation de ce modèle dans la variation expérimentale du coefficient K_{θ} avec l'orientation θ et celle prévue par la relation 110. La valeur de N obtenue est : $N \approx 9,25 \cdot 10^{-5}$.

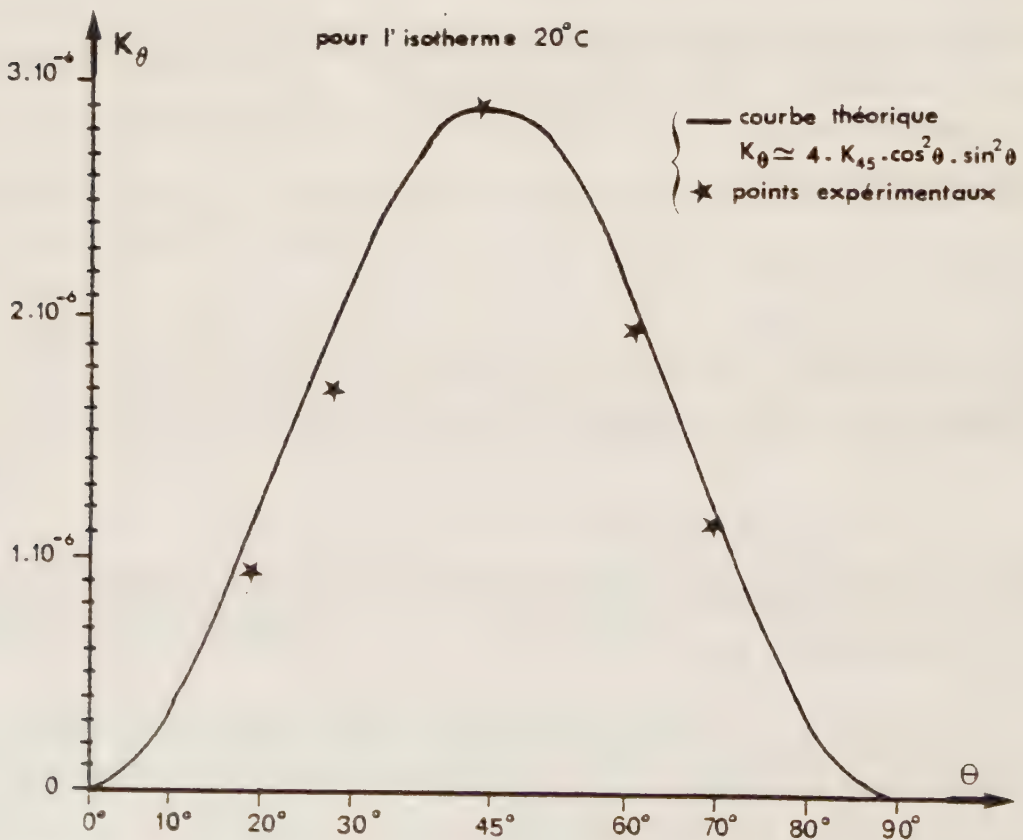


Figure 40 : variation du coefficient K_{θ} avec l'orientation et comparaison avec le modèle théorique de Hill

8.7 - Interprétation physique des résultats et présentation d'un modèle structure :

Nous rappelons les hypothèses faites :

- les fibres de verre ont un comportement purement élastique :

$$\sigma^f = E^f \epsilon^f \quad (111)$$

- la résine époxy présente un comportement élastoviscoplastique :

$$\epsilon^m = \frac{\sigma^m}{E^m} + \epsilon_{vp}^m(\sigma^m) \quad (112)$$

- les contraintes ont une répartition :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11} = V_m \sigma_{11}^m + \alpha_1 V_f \sigma_{11}^f \\ \sigma_{22} = V_m \sigma_{22}^m + \alpha_2 V_f \sigma_{22}^f \\ \sigma_{12} = \sigma_{12}^m \end{array} \right. \quad (113)$$

- les déformations des constituants vérifient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{11} = \epsilon_{11}^m = \epsilon_{11}^f \\ \epsilon_{22} = \epsilon_{22}^m = \epsilon_{22}^f \\ \epsilon_{12} = \epsilon_{12}^m \end{array} \right. \quad (114)$$

De ces hypothèses, nous déduisons :

a) suivant la direction 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^m = \frac{\sigma_{11} - \alpha_1 E_f V_f \epsilon_{11}}{V_m} \\ \epsilon_{vp}^m = \left(\frac{E_m V_m + \alpha_1 V_f E_f}{E_m V_m} \right) \epsilon_{11} - \frac{\sigma_{11}}{E_m V_m} \end{array} \right. \quad (115)$$

b) suivant la direction 2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{22}^m = \frac{\sigma_{22} - \alpha_2 E_f V_f \epsilon_{22}}{V_m} \\ \epsilon_{vp}^m = \left(\frac{E_m V_m + \alpha_2 V_f E_f}{E_m V_m} \right) \epsilon_{22} - \frac{\sigma_{22}}{E_m V_m} \end{array} \right. \quad (116)$$

c) en cisaillement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{12} = \sigma_{12}^m \\ \epsilon_{12} = \epsilon_{12}^m \end{array} \right. \quad (117)$$

Les relations 115, 116, 117 mises sous forme incrémentale conduisent en considérant $dV_f = dV_m = 0$ à :

pour $i = 1$ ou 2

$$\left\{ \begin{array}{l} d\sigma_{ii}^m = \frac{d\sigma_{ii} - \alpha_i E_f V_f d\epsilon_{ii}}{V_m} \\ d\epsilon_{vp}^m = \left(\frac{E_m V_m + \alpha_i V_f E_f}{E_m V_m} \right) d\epsilon_{ii} - \frac{d\sigma_{ii}}{E_m V_m} \end{array} \right. \quad (118)$$

$$\text{et : } \left\{ \begin{array}{l} d\sigma_{12} = d\sigma_{12}^m \\ d\epsilon_{12} = d\epsilon_{12}^m \end{array} \right. \quad (119)$$

en fluage, nous imposons lors d'essais uniaxiaux $\sigma_g = \text{cte}$, donc :
 $d\sigma_g = 0 \Rightarrow d\sigma_{11} = d\sigma_{22} = d\sigma_{12} = 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} d\epsilon_{ii} = \left(\frac{E_m V_m}{E_m V_m + \alpha_i V_f E_f} \right) d\epsilon_{vp}^m(\sigma_m) \\ (i = 1 \text{ ou } 2) \\ d\epsilon_{12} = d\epsilon_{12}^m = 2 d\epsilon_{vp}^m(\sigma_m) \end{array} \right. \quad (120)$$

En considérant pour l'époxy une vitesse de déformation viscoplastique suivant une loi proposée au chapitre II (§ 2.3.1) de la forme :

$$\dot{\epsilon}_{vp}^m = K_m \sinh \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_0} \right) \ln(1 + \alpha t) \quad (121)$$

les relations (120) conduisent pour des temps suffisamment grands à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\epsilon_{ii}}{dt} = \left(\frac{E_m V_m}{E_m V_m + \alpha_i V_f E_f} \right) \frac{K_m}{t} \sinh \left(\frac{\sigma_{ii}^m}{\sigma_0} \right) \\ i = 1 \text{ ou } 2 \\ \frac{d\epsilon_{12}}{dt} = \frac{2 K_m}{t} \sinh \left(\frac{\sigma_{12}^m}{\sigma_0} \right) \end{array} \right. \quad (122)$$

Les résultats (122) comparés aux résultats expérimentaux :

$$\frac{d\epsilon_{\vartheta}}{dt} = \frac{K_{\vartheta} \sigma_{\vartheta}^m}{t} = \frac{d\epsilon_{11}}{dt} \cos^2 \vartheta + \frac{d\epsilon_{22}}{dt} \sin^2 \vartheta + 2 \frac{d\epsilon_{12}}{dt} \sin \vartheta \cos \vartheta$$

conduisent aux conclusions suivantes :

1) l'évolution de la déformation en fluage du composite en fonction du temps est bien prévue par une loi de comportement de l'époxy décrite par la relation (121).

2) dans les directions des fibres, le fluage du composite qui s'explique par la relaxation de la contrainte vue par la matrice dans les fibres, conduit à considérer que le faible niveau de contrainte dans la matrice dans ces directions permet une approximation de la loi $\sinh(\sigma_m)$ par une loi puissance $(\sigma_m)^n$ dans la gamme de 4 daN/mm² à 40 daN/mm² où les essais ont été effectués. Nous avons donc :

$$\frac{d\epsilon_{ii}}{dt} = \left(\frac{E_m V_m}{E_m V_m + \alpha_i V_f E_f} \right) \frac{K_m (\sigma_{ii}^m)^n}{t} \quad (123)$$

les relations (115) sont vérifiées à chaque instant, donc comme $\sigma_{ii} = \text{cte}$ en fluage :

$$\int_{(\epsilon_{ii})_{t=0}}^{(\epsilon_{ii})_t} \frac{d\epsilon_{ii}}{\left(\frac{\sigma_{ii} - E_f V_f \alpha_i \epsilon_{ii}}{V_m} \right)^n} = \left(\frac{E_m V_m}{E_m V_m + \alpha_i V_f E_f} \right) K_m \text{LN } t \quad (124)$$

en écrivant que les déformations en fluage sont petites :

$$(\epsilon_{ii})_{\text{fluage}} = (\epsilon_{ii})_t - (\epsilon_{ii})_{t=0}$$

et que le comportement en traction dans les directions 1 et 2 est pratiquement linéaire :

$$\sigma_{ii} = E_{ii} (\epsilon_{ii})_{t=0} = (\alpha_i E_f V_f + E_m V_m) (\epsilon_{ii})_{t=0}$$

on obtient :

$$(\epsilon_{ii})_{\text{fluage}} = \left(\frac{E_m}{\alpha_i E_f V_f + E_m V_m} \right)^{n+1} V_m K_m \sigma_{ii}^n \text{LN } t \quad (125)$$

que l'on doit comparer aux résultats expérimentaux :

$$\begin{cases} (\epsilon_{22})_{\text{fluage}} = 3,3 \cdot 10^{-7} (\sigma_{22})^{1,8} \text{LN } t \\ (\epsilon_{11})_{\text{fluage}} = 5,3 \cdot 10^{-7} (\sigma_{11})^{1,8} \text{LN } t \end{cases} \quad (126)$$

Les valeurs numériques de :

$$\begin{cases} E_m = 350 \text{ daN/mm}^2 \\ E_f = 7000 \text{ daN/mm}^2 \\ V_m = 0,41, V_f = 0,59, \alpha_1 = 0,43, \alpha_2 = 0,57 \end{cases}$$

conduisent à la valeur de $n = 1,8$ et $K_m = 2,76.10^{-5}$ pour la matrice époxy, qui sont confirmés pour les deux directions 1 et 2.

3) Dans les essais "hors-axes", nous avons vu l'importance de la déformation en cisaillement sur la déformation du composite, notamment à 45° si nous identifions : $\epsilon_{12} \approx \epsilon_{45}$, nous obtenons avec les relations (122) et (117) :

$$\frac{d\epsilon_{12}}{dt} = \frac{d\epsilon_{45}}{dt} = \frac{2K_m}{t} \sinh\left(\frac{\sigma_{12}}{\sigma_0}\right) \quad (127)$$

comme à 45° nous avons : $\sigma_{12} = \frac{\sigma_{45}}{2}$, il vient finalement :

$$\frac{d\epsilon_{45}}{dt} = \frac{2K_m}{t} \sinh\left(\frac{\sigma_{45}}{2\sigma_0}\right) \quad (128)$$

Ce dernier résultat (128) a été approximé expérimentalement par une loi puissance :

$$\frac{d\epsilon_{45}}{dt} = \frac{2,9.10^{-6}}{t} (\sigma_{45})^{2,87} \quad (129)$$

nous dirons donc que dans les essais hors-axes la déformation en fluage du composite est principalement gouvernée par la déformation en cisaillement de la matrice sous l'effet de la contrainte de cisaillement.

CHAPITRE IX

Résultats et modélisation des essais de relaxation

9.1 - Originalité de ce type d'essais :

Les essais de relaxation que nous avons effectués sur le matériau composite étudié sont relativement originaux car nous n'avons trouvé aucun auteur dans notre recherche bibliographique ayant effectué ce type d'essais dans les matériaux composites.

9.2 - But des essais de relaxation :

Cette série d'essais a pour but de confirmer certaines indications obtenues en fluage. Le matériau présentant un comportement élastoviscoplastique, ceci pour toutes les directions de sollicitation dans le plan de la plaque, on peut donc écrire pour la direction ϑ :

$$\epsilon^{\vartheta} = \epsilon_e^{\vartheta} + \epsilon_{vp}^{\vartheta} \quad (130)$$

La déformation totale ϵ^{ϑ} est maintenue constante lors d'un essai de relaxation, la dérivation de (130) par rapport au temps conduit à :

$$\frac{d\epsilon^{\vartheta}}{dt} = 0 = \frac{1}{E^{\vartheta}} \frac{d\sigma^{\vartheta}}{dt} + \dot{\epsilon}_{vp}^{\vartheta} \quad (131)$$

En identifiant la vitesse de déformation viscoplastique $\dot{\epsilon}_{vp}^{\vartheta}$ à la modélisation de la vitesse de déformation obtenue en fluage, on obtient d'après (131) :

$$\frac{d\sigma^{\vartheta}}{dt} = - E^{\vartheta} \frac{K^{\vartheta} [\sigma^{\vartheta}]^n}{t} \quad (132)$$

l'intégration de (132) donne avec les conditions initiales à $t = 0$,

$$\sigma^{\vartheta} = \sigma_0^{\vartheta} \quad :$$

$$[\sigma^g]^{1-n} = [\sigma_0^g]^{1-n} + (n-1) K^g E^g \text{LN}(1+\alpha t) \quad (133)$$

La relation (133) montre l'évolution de la contrainte en fonction du temps, obtenue à partir des essais de fluage avec l'hypothèse d'une loi de comportement élastoviscoplastique décrite par la relation (130).

9.3 - Aspects des courbes de relaxation normalisée :

On peut s'attendre à obtenir avec le choix des échelles $Y = \frac{\sigma_0^g - \sigma^g}{\sigma_0^g}$ en fonction de $\log(t)$ des courbes d'allure sigmoïdale dont le schéma (41) indique la forme :

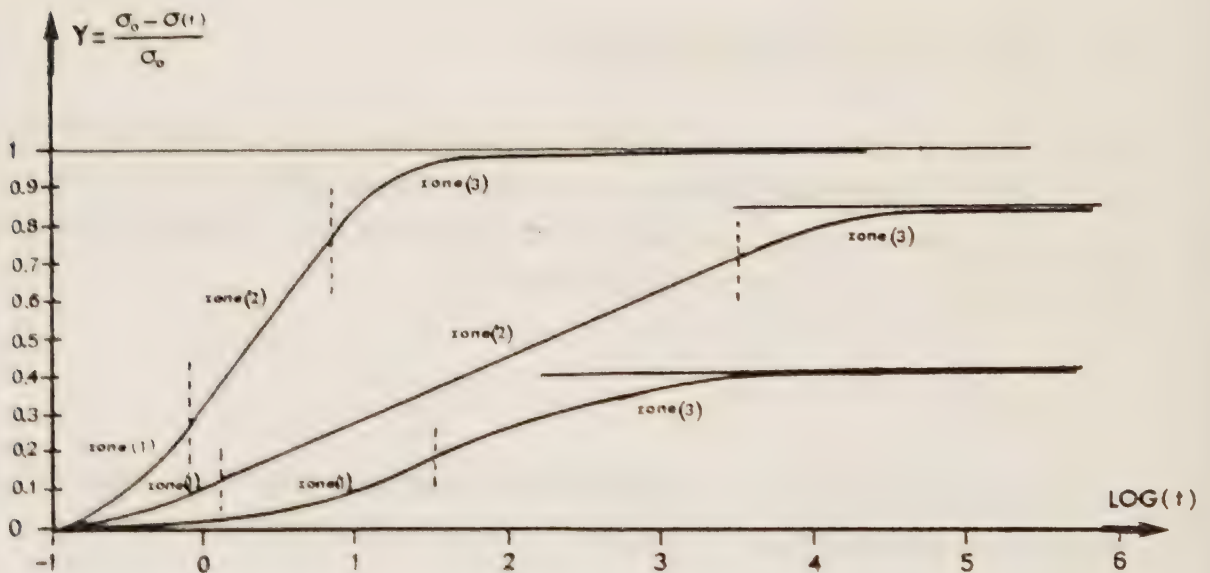


Schéma (41) : allure sigmoïdale des courbes de relaxation normalisée $\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0}$ en fonction de $\log(t)$

On peut distinguer 3 zones sur ces courbes :

- la zone (1) d'initiation
- la zone (2) d'évolution
- la zone (3) asymptotique.

L'importance des zones (1), (2) et de la valeur asymptotique de la zone (3) est variable avec la valeur de la contrainte appliquée initialement et la direction de sollicitation.

La valeur limite 1 de la zone (3) correspond au cas où la contrainte initiale σ_0^0 s'est entièrement relaxée.

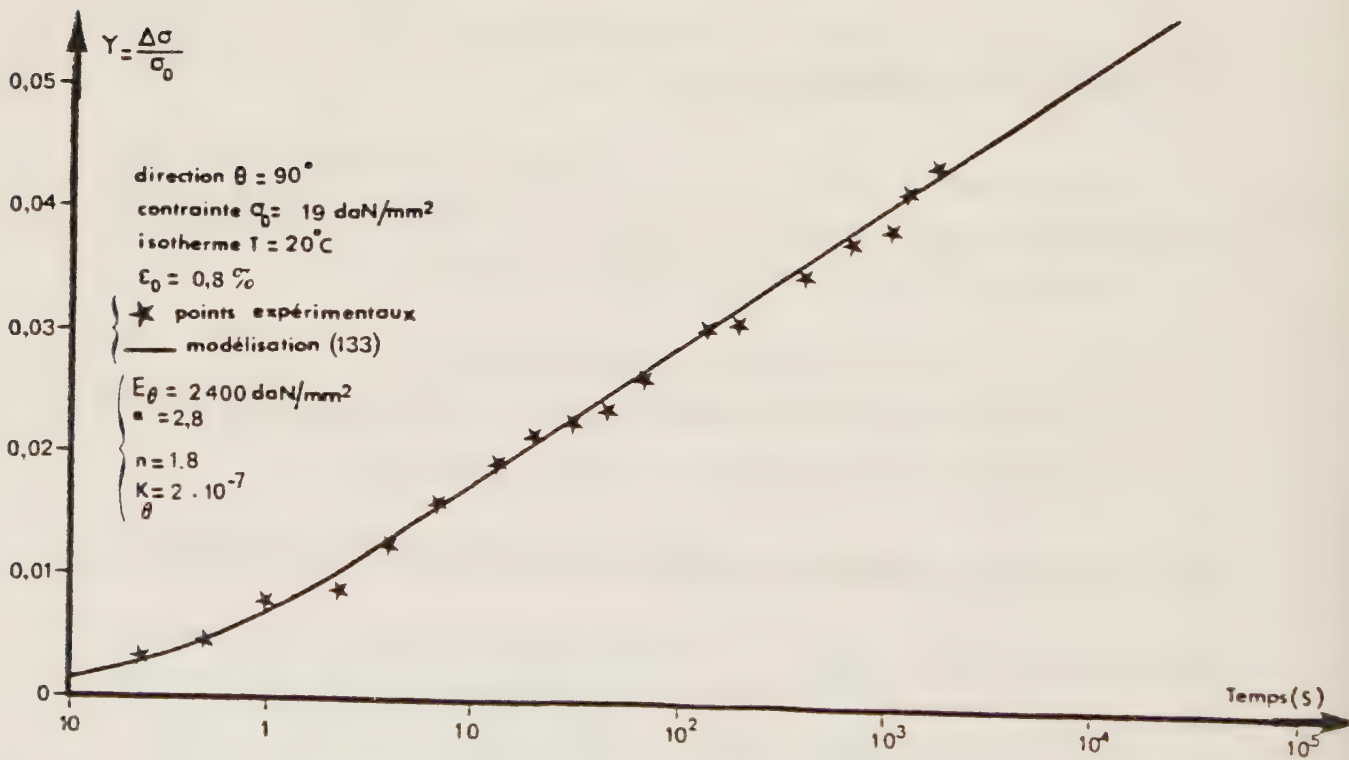
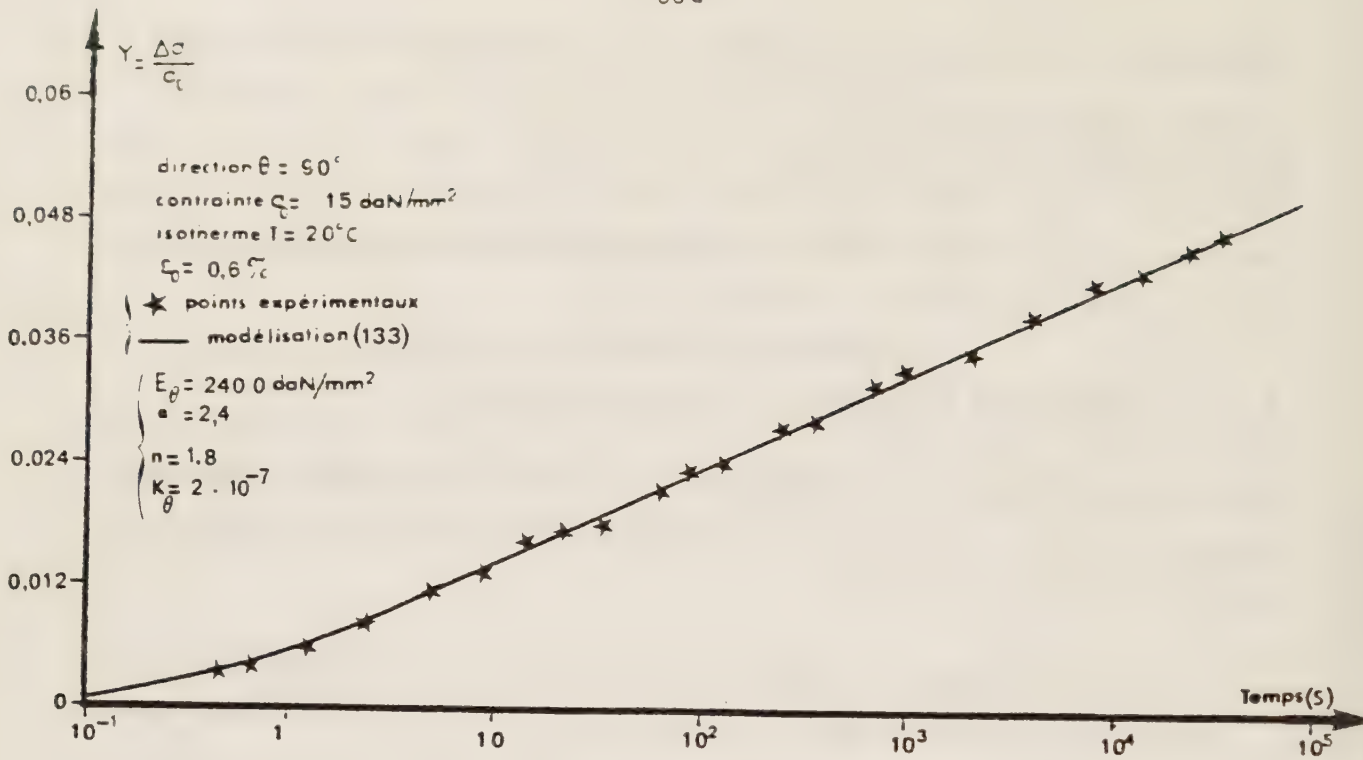
9.3.1 - Analyse des résultats en traction-relaxation :

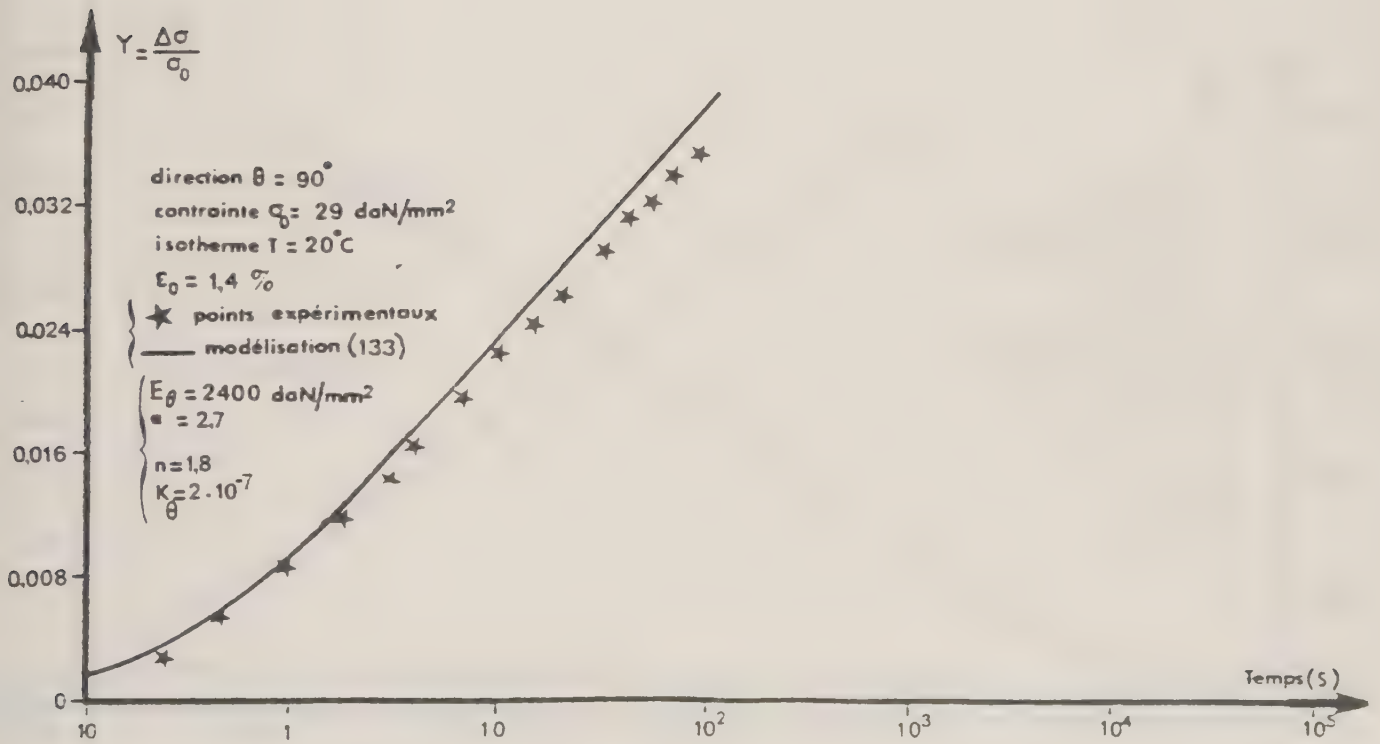
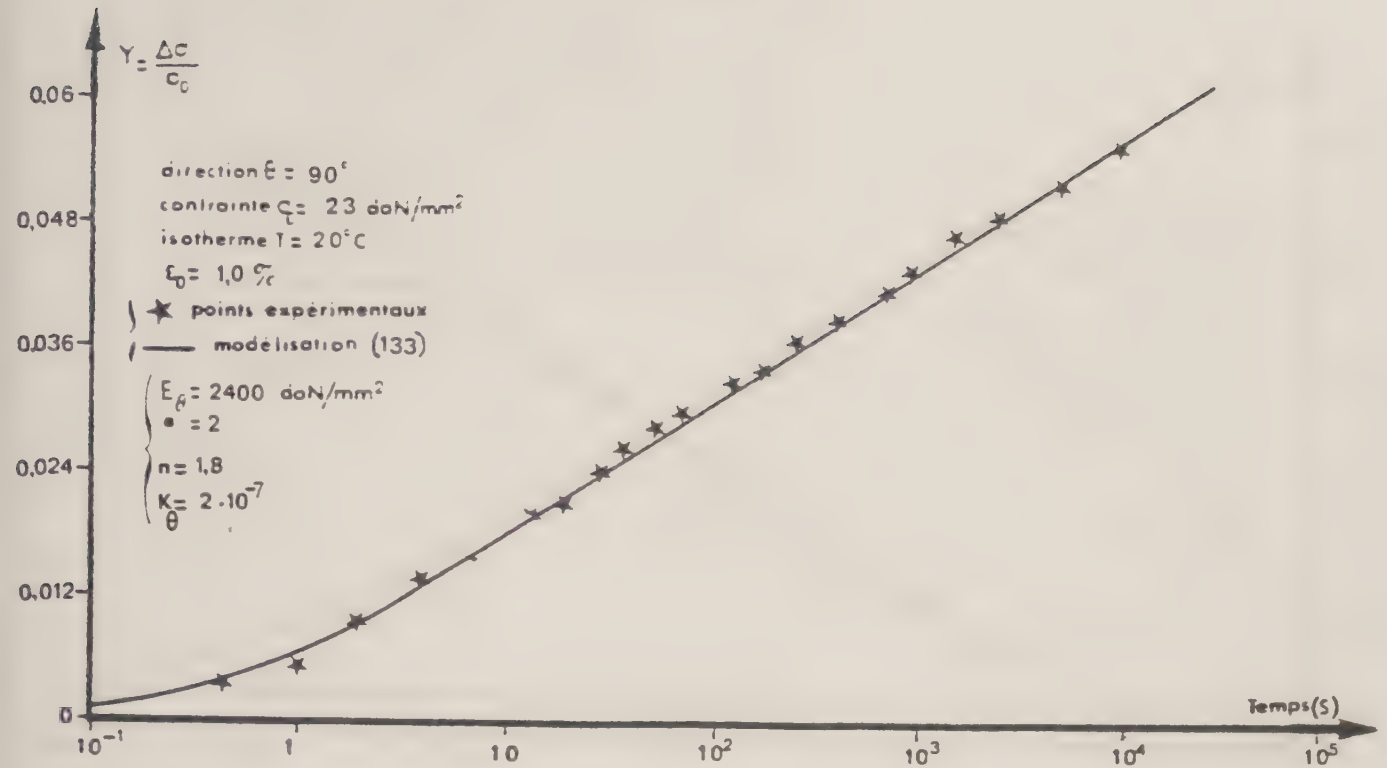
Les courbes de relaxation expérimentales (pages (86-a) à (86-f)) obtenues après une mise en déformation ϵ_0 en traction à vitesse de déformation imposée mettent en évidence :

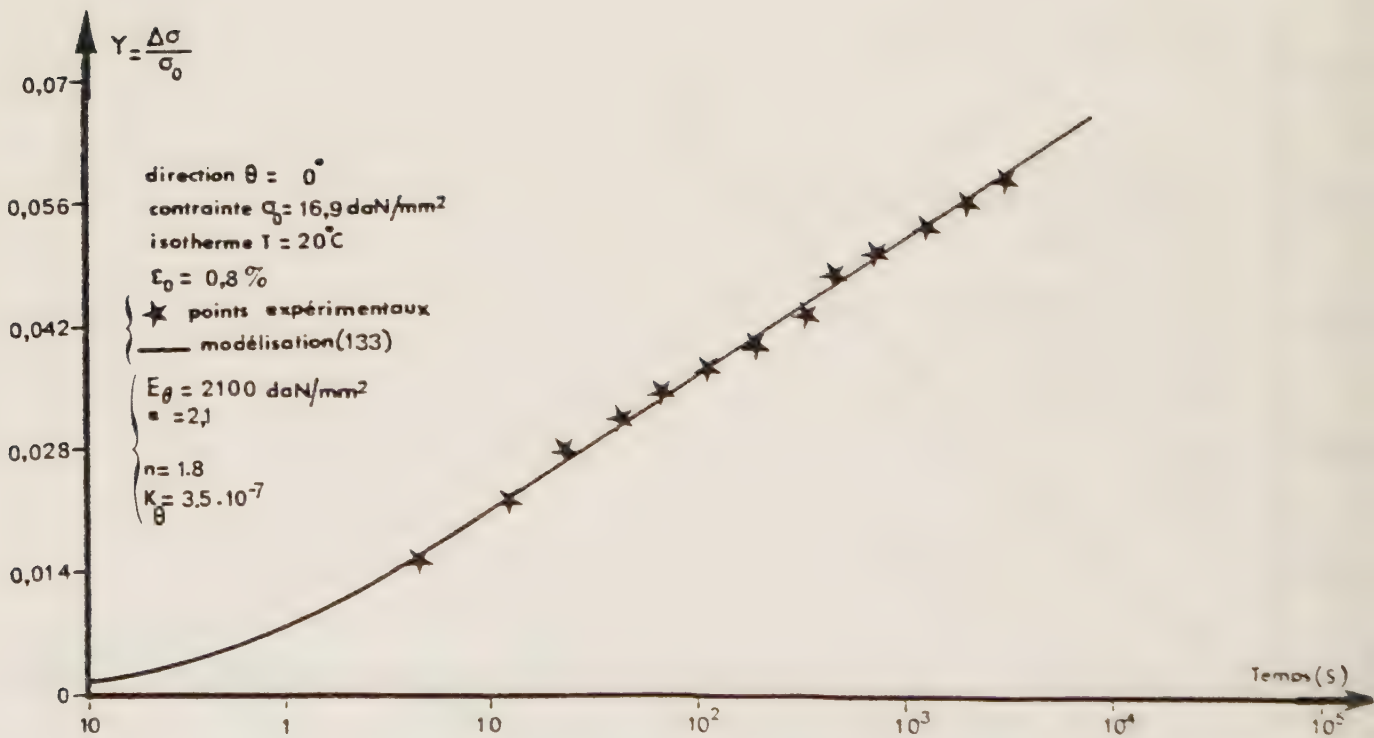
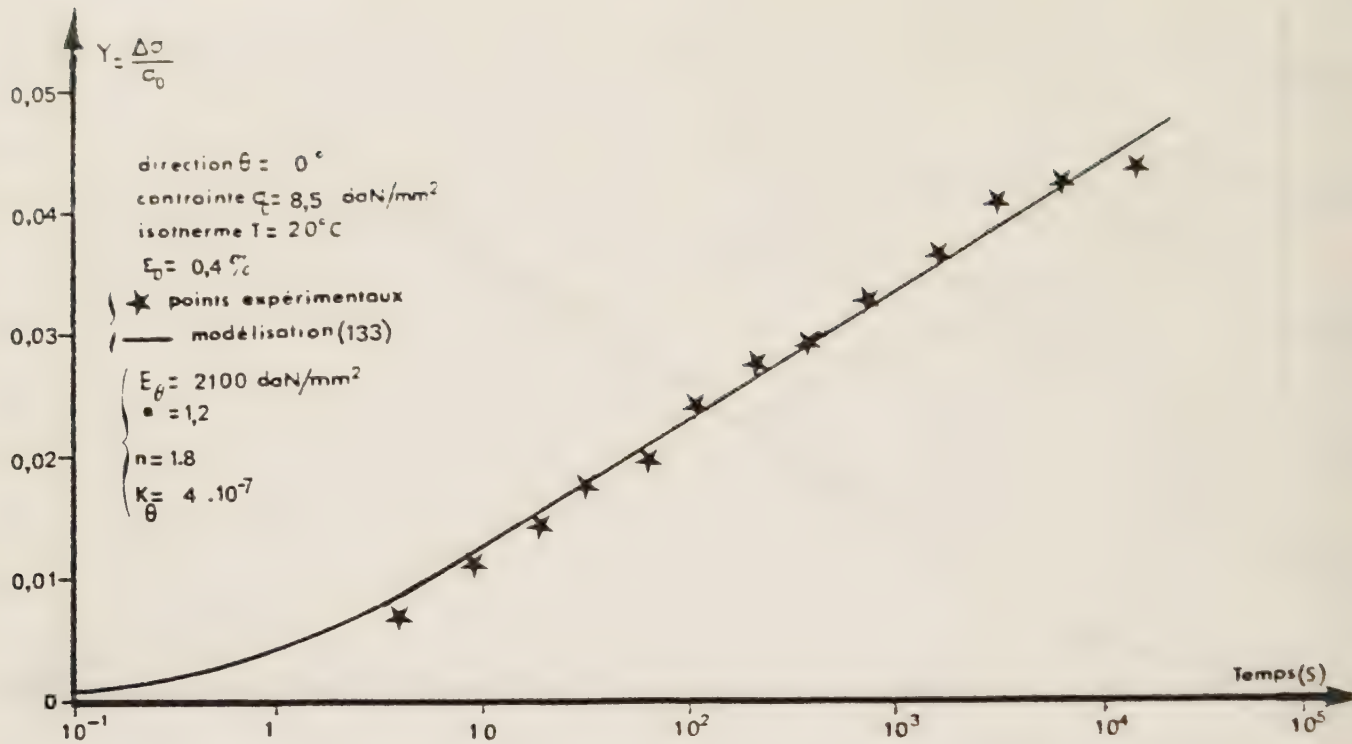
- l'influence prévisible de l'orientation sur l'amplitude de la relaxation qui est faible dans les directions des fibres et nettement plus élevée pour les essais hors-axes.
- Les allures des courbes de relaxation sont différentes dans les directions des fibres : présence d'une zone (2) rectiligne importante ; et dans les essais hors-axes : pratiquement absence d'une zone (2), les courbes obtenues passant directement de la zone (1) à la zone (3).
- L'influence de la contrainte est variable avec l'orientation : la sensibilité à la contrainte est la plus élevée dans la direction 45° et la plus faible dans les directions des fibres.
- L'activation thermique dans la gamme de température de 20°C à 80°C est négligeable sur les résultats obtenus en relaxation (confirmation des résultats du fluage).

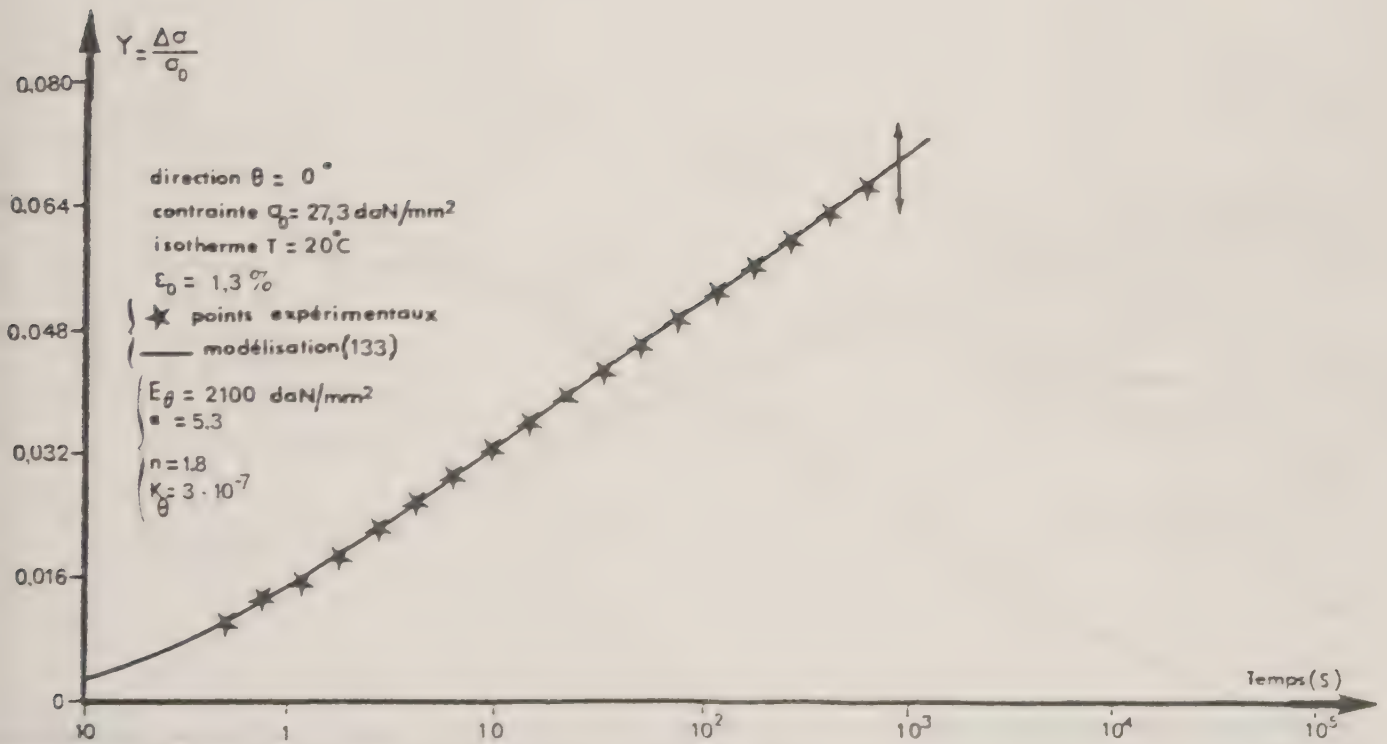
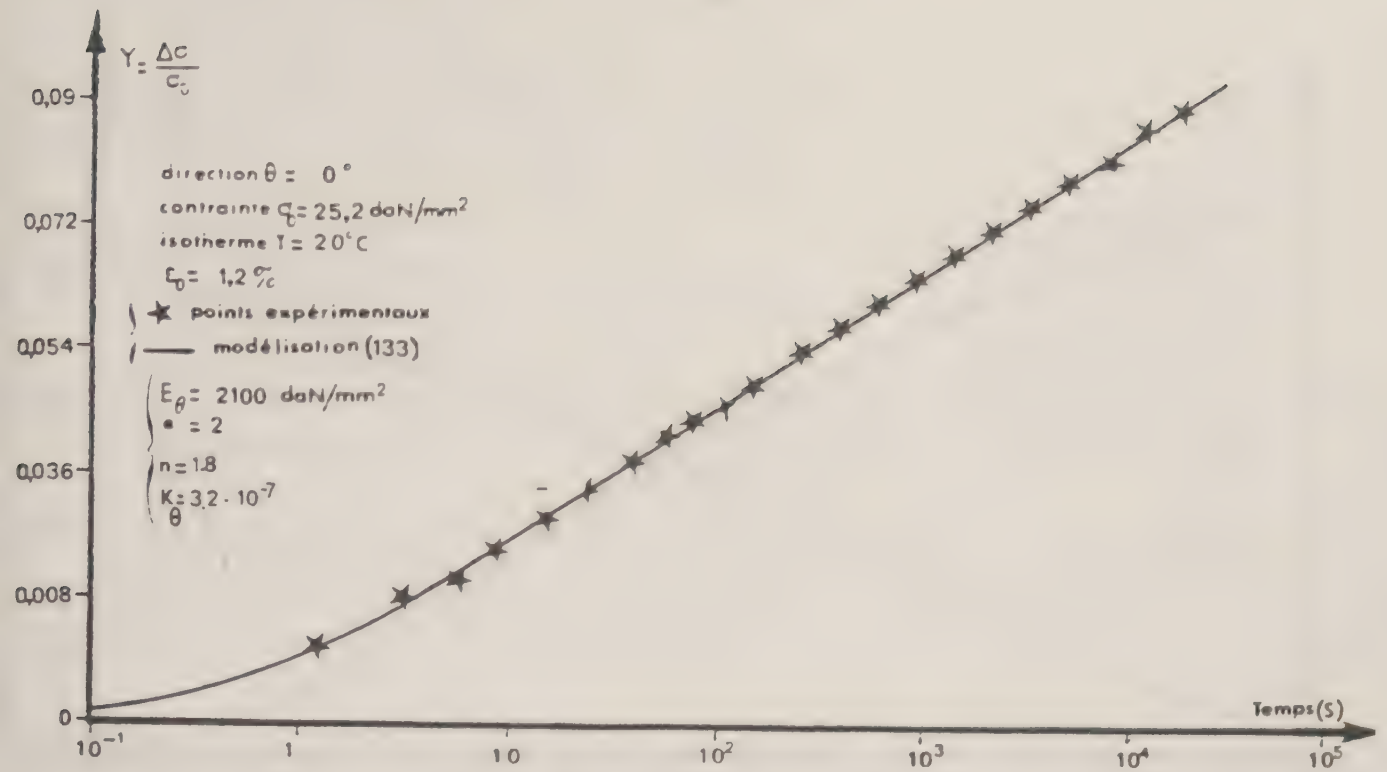
9.3.2 - Traitement numérique des résultats expérimentaux de relaxation :

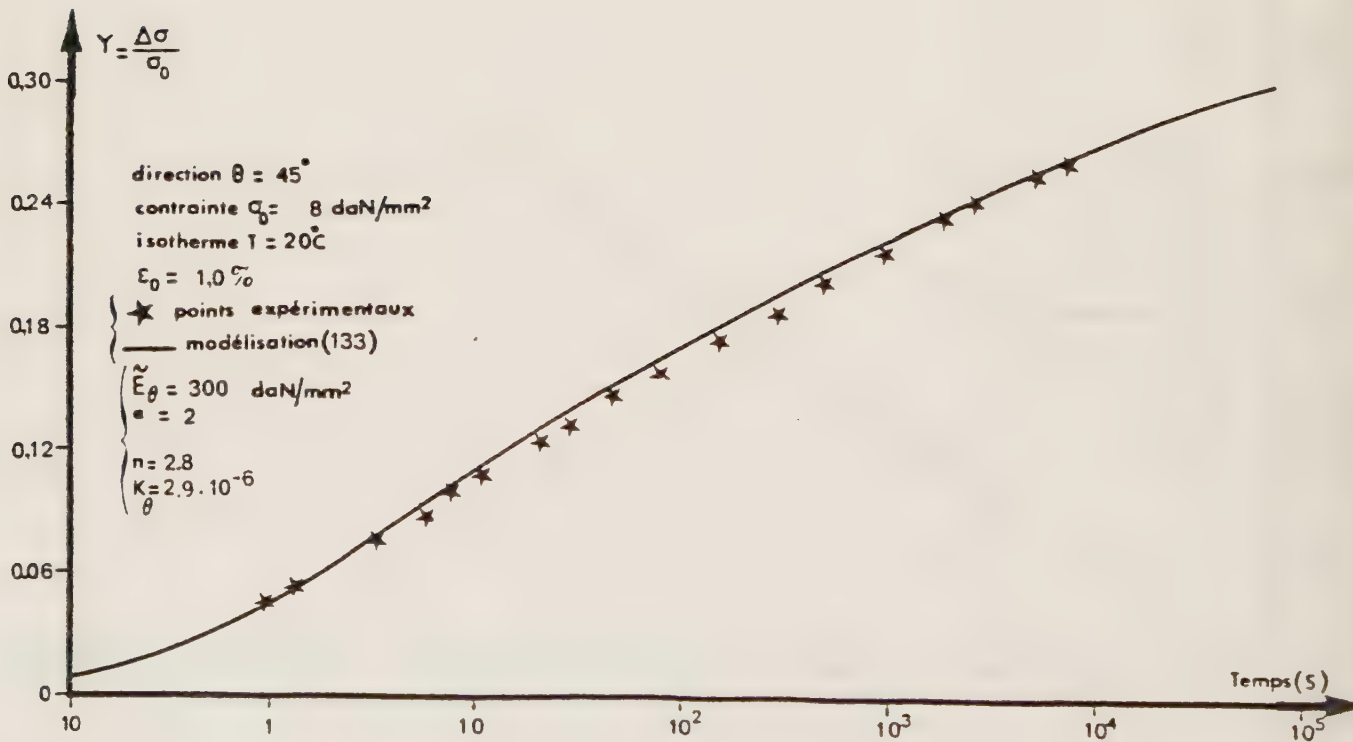
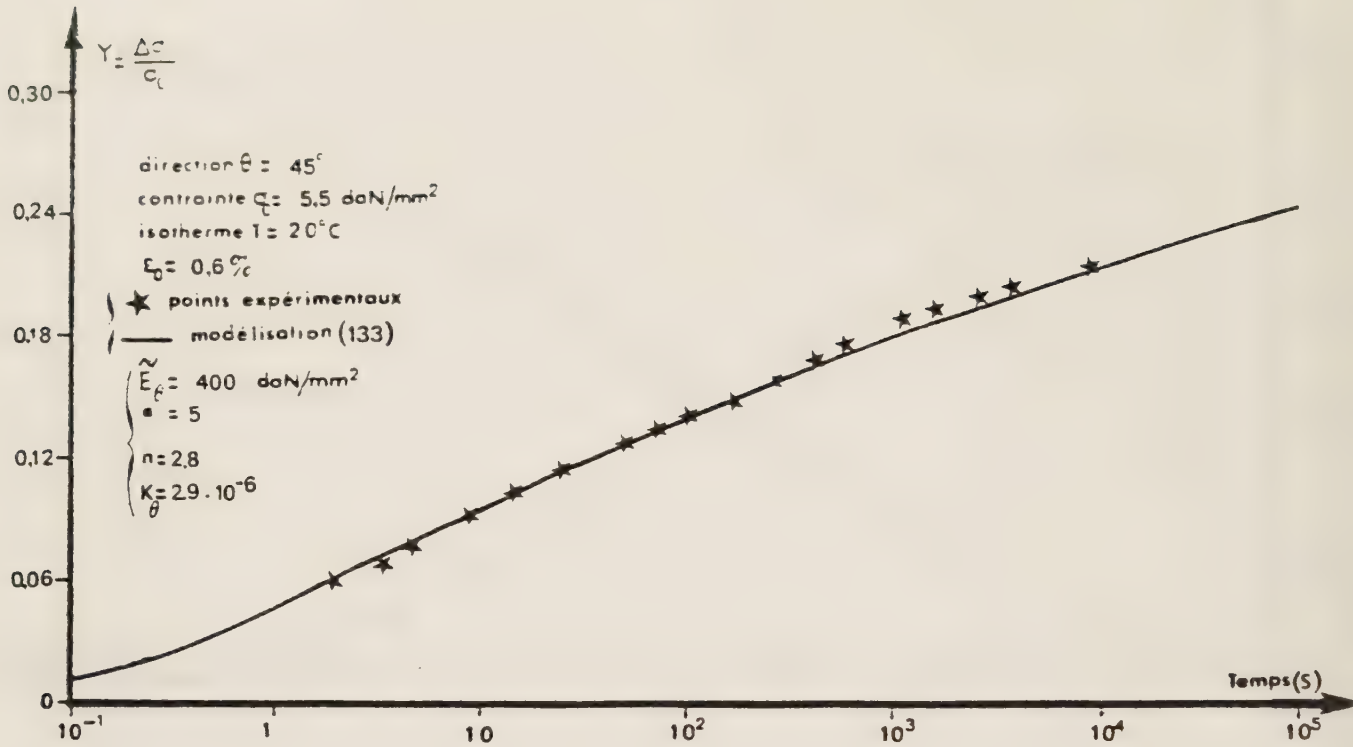
La relation (133) qui prévoit l'évolution de la contrainte en fonction du temps et qui a été obtenue à partir de la modélisation en écrouissage par le temps des essais de fluage, montre la bonne concordance de ce modèle avec les points expérimentaux (pages (86-a) à (86-f)), mais en prenant dans les

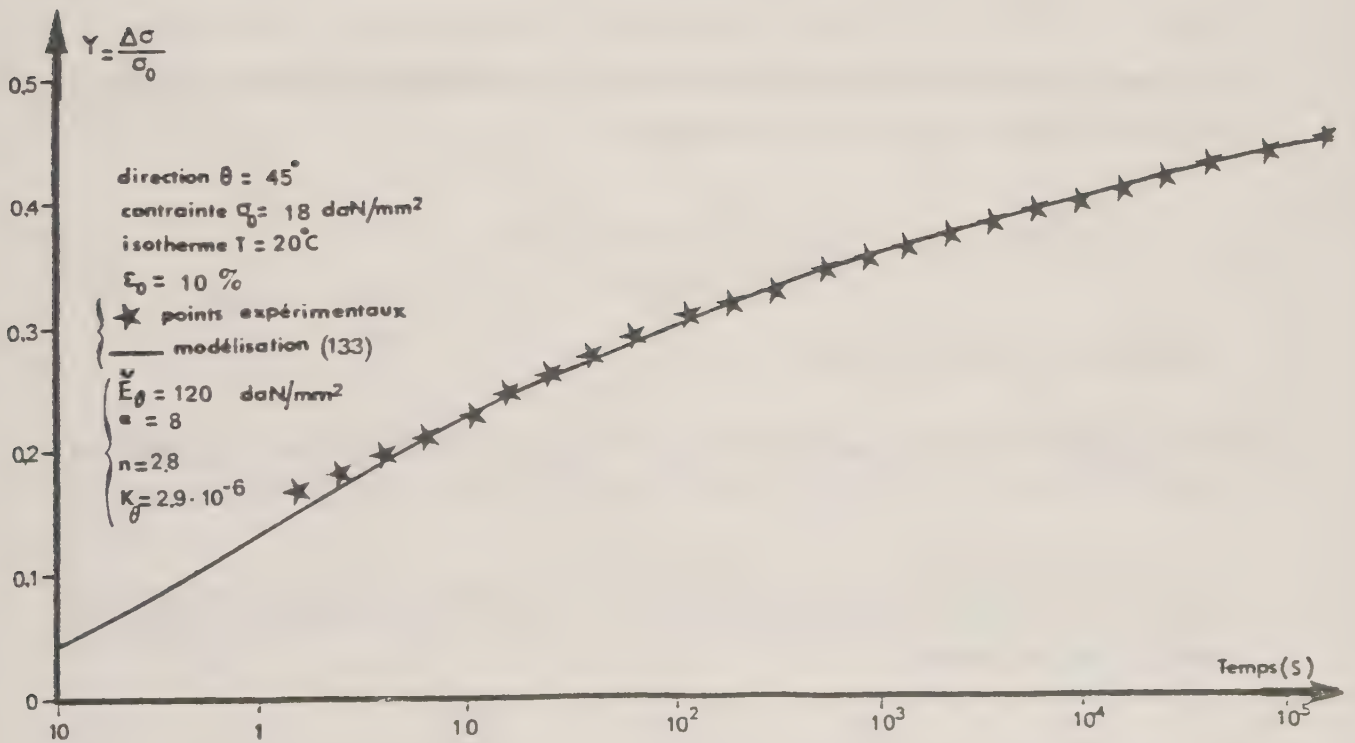
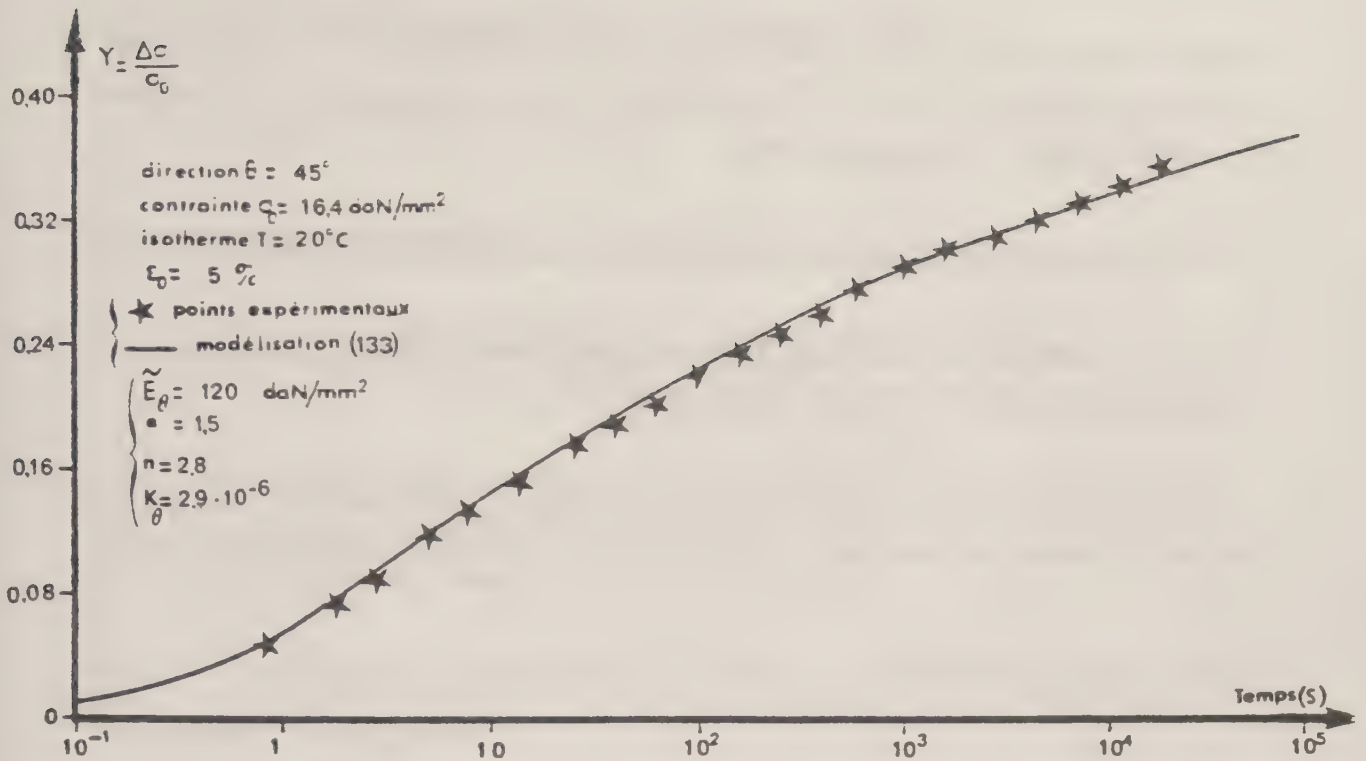












essais "hors-axes un module $\tilde{E}^g$ tel que : $200 \text{ daN/mm}^2 \leq \tilde{E}^g \leq 400 \text{ daN/mm}^2$ et non le module d'Young, E^g du matériau dans la direction g qui devrait intervenir dans la relation (133).

9.4 - Interprétation physique des résultats : "modèle structure" :

9.4.1 - Passage de la modélisation en fluage à la modélisation de la relaxation dans les directions des fibres :

Lors d'un essai de relaxation, nous maintenons la déformation macroscopique du composite constante, ce qui conduit dans les directions 1 ou 2 à :

$$\frac{d\epsilon_{ii}}{dt} = 0, \quad i = 1 \text{ ou } 2 \quad (134)$$

la condition (134) conduit d'après la relation (118) à :

$$\frac{d\sigma_{ii}}{dt} = - E_m V_m \frac{d\epsilon_{vp}^m}{dt} (\sigma_m) \quad (135)$$

et compte tenu de la relation (120) et de l'identification de (ϵ_{ii}) fluage dans la relation (125), nous obtenons :

$$\frac{d\sigma_{ii}}{dt} = - E_m V_m \left(\frac{E_m}{\alpha_i E_f V_f + E_m V_m} \right)^n \frac{K_m}{t} (\sigma_{ii})^n \quad (136)$$

l'intégration de (136) donne :

$$[\sigma_{ii}(t)]^{1-n} - [\sigma_{ii}(t=0)]^{1-n} = (n-1) E_m V_m \left(\frac{E_m}{\alpha_i E_f V_f + E_m V_m} \right)^n K_m \text{LN}(1+\alpha t) \quad (137)$$

l'amplitude de la relaxation est faible dans les directions de renforcement, d'où en posant :

$$\Delta\sigma_{ii} = \sigma_{ii}(t) - \sigma_{ii}(t=0) \quad (138)$$

il vient par un développement limité au premier ordre :

$$[\sigma_{ii}(t)]^{1-n} - [\sigma_{ii}(t=0)]^{1-n} \approx (n-1) [\sigma_{ii}(t=0)]^{1-n} \frac{\Delta\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}(t=0)} \quad (139)$$

ce résultat reporté dans (137) aboutit à :

$$\frac{\Delta\sigma_{ii}}{\sigma_{ii}(t=0)} = E_m V_m \left(\frac{E_m}{\alpha_i E_f V_f + E_m V_m} \right)^n K_m [\sigma_{ii}(t=0)]^{n-1} \text{LN}(1+\alpha t) \quad (140)$$

la relation (140) modélise les courbes de relaxation normalisée obtenues dans les directions des fibres à partir des valeurs $K_m = 2,76.10^{-5}$ et $n = 1,8$ obtenues en fluage dans ces directions.

9.4.2 - Passage de la modélisation en fluage à la modélisation des essais de relaxation "hors-axes" :

Nous avons vu la prépondérance de l'effet de la contrainte de cisaillement dans les essais hors-axes.

En maintenant la déformation de l'éprouvette constante au cours du temps lors d'un essai de relaxation, les relations (119) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\sigma_{12}}{dt} = \frac{d\sigma_{12}^m}{dt} \\ \frac{d\epsilon_{12}}{dt} = \frac{d\epsilon_{12}^m}{dt} = 0 \end{array} \right. \quad (141)$$

La contrainte relaxée dans les essais "hors-axes" vient donc principalement de la relaxation de la contrainte de cisaillement dans la matrice époxy.

On peut donc écrire, compte-tenu du comportement élastoviscoplastique de la résine :

$$\frac{d\sigma_m}{dt} = - E_m \frac{d\epsilon_m^{vp}}{dt} \quad (142)$$

dans le cas de la direction 45°, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_{45}^o \approx \epsilon_{12}^m = 2 \epsilon_m^o \\ \sigma_{45} = 2 \sigma_{12}^m \end{array} \right. \quad (143)$$

les résultats (143) reportés dans la relation (142) conduisent à :

$$\frac{d\sigma_{45}}{dt} \approx - E_m \frac{d\epsilon_{45}}{dt} \quad (144)$$

et d'après l'identification de la vitesse de déformation en fluage dans la direction 45° (relation 129), on obtient :

$$\frac{d\sigma_{45}}{dt} = - \frac{E_m K_{45}}{t} (\sigma_{45})^{2,87} \quad (145)$$

et par intégration :

$$\sigma_{45}(t) = \left[[\sigma_{45}(t=0)]^{1-n} + (n-1) \frac{E_m K_{45}}{t} \text{LN}(1+\alpha t) \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (146)$$

Cette relation (136) modélise parfaitement le comportement en relaxation du composite dans la direction 45° et se généralise dans les essais hors-axes suivant :

$$\sigma_{\vartheta}(t) = \left[[\sigma_{\vartheta}(t=0)]^{1-n} + (n-1) \frac{E_m K_{\vartheta}}{t} \text{LN}(1+\alpha t) \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (147)$$

pour des directions ϑ comprises entre 10° et 80° du premier quadrant.

9.5 - Conclusion :

Les relations (140) et (147) obtenues à partir de la modélisation de la vitesse de déformation viscoplastique en fluage permettent de recalculer les courbes de relaxation obtenues expérimentalement, et ceci quelle que soit la direction de sollicitation.

CHAPITRE X

Conclusion

Cette étude expérimentale et la modélisation des résultats obtenus en traction uniaxiale d'un matériau composite tel que celui qui a été étudié, met en évidence la complexité des phénomènes observés et les difficultés expérimentales liées à la nature anisotrope et hétérogène des matériaux composites.

Les essais uniaxiaux de traction effectués suivant différentes orientations de la plaque composite ont permis de caractériser les propriétés mécaniques du matériau : modules d'Young, charges de rupture, allongements à la rupture, limite élastique... et de confirmer la nature orthotrope du composite qui présente géométriquement trois plans de symétrie orthogonaux. En chargement monotone, le comportement en traction dans les directions de renforcement est pratiquement linéaire, élastique, fragile.

Hors des axes de renforcement, le comportement en traction est élastoplastique avec écrouissage linéaire.

Pour l'étude du comportement à long terme, les essais statiques de fluage et de relaxation ont mis en évidence un comportement viscoplastique.

Les hypothèses de la conservation de l'orthotropie initiale au cours de l'écoulement et du découplage du comportement en traction et en cisaillement ont permis, à partir d'une approche de l'état de contrainte multiaxiale dans la matrice époxy, la modélisation des essais.

Les courbes de fluage sont logarithmiques, la contrainte appliquée intervenant sous la forme d'une loi puissance et la température par la loi d'Arrhénius.

La modélisation simple des essais de fluage par une loi d'écrouissage par le temps permet de recalculer les points expérimentaux obtenus en fluage et en relaxation. Une difficulté est apparue lors du passage des essais de fluage à ceux de relaxation au niveau de la valeur du module d'Young du matériau dans un modèle matériau de type élastoviscoplastique. Le modèle structure basé sur une interprétation du comportement local de la maille élémentaire permet d'éliminer cette difficulté.

Un critère tensoriel du type "modèle de Hill" permet la prise en compte de l'anisotropie de l'écoulement sous l'hypothèse d'un comportement purement élastique dans les directions des fibres de verre (hypothèse justifiée par la faible amplitude relative des déformations en fluages observées dans ces directions).

Le modèle structure qui a été proposé, permet à partir des lois de comportement du verre et de l'époxy l'interprétation physique des différents résultats de fluage et le passage de la modélisation en fluage à la modélisation des essais de relaxation.

Cette étude qui, à partir d'essais uniaxiaux de traction, a tenté la modélisation du comportement du matériau homogène équivalent sous état de contraintes multiaxiales, doit être poursuivie. Des travaux ultérieurs destinés à confirmer et à compléter ces résultats pourraient consister :

- à établir des histoires de chargement plus complexes (fluage biaxial),
- à étudier le comportement en compression,
- à interpréter l'endommagement observé, ainsi que sa propagation jusqu'à la rupture totale par d'autres techniques expérimentales, telles que la radiographie par rayons X ou la photographie vidéo-thermographique afin de visualiser et de quantifier la création et l'évolution des micro-vides et micro-fissures dans la matrice époxy.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- - - - -

- [1] Hashin Z. et Rosen W.
"The elastic moduli of fiber reinforced materials"
J. App. Mech. Vol. 31, n° 2, Juin 1964, pp. 223-232
- [2] Hill R.
"Elastic properties of reinforced solids, some theoretical principles"
J. Mech. Phys. Vol. 11, n° 5, Sept. 1963. pp. 357-372
- [3] Behren E.
"Elastic constants of composites materials"
J. Acoust. Soc. Amer., vol. 45, n° 1, janv. 1969, pp. 102-108
- [4] Jones R.M.
"Mechanics of composite materials"
Scripta book company, 1975
- [5] Le Nizerhy D. et Vinh T.
"Propriétés élastiques et viscoélastiques des matériaux composites"
projet final, I.S.M.C.M., 1973
- [6] Vautrin A. et Moreaux C.
"Comportement viscoélastique des composites à renfort filamentaire
et matrice polymère"
ICCM 3. 1980, pp. 342-356
- [7] Hashin Z.
"Complex moduli of viscoelastic composites, general theorie and
application to particulates composites"
Int. J. Solids and structures, vol. 6, 1970, pp. 539-552
- [8] Lilholt H.
"Mechanical behaviour of composites, basic approach : creep behavior
of composites"
Mettallurgy department, atomenergukommissionens, Risø, Roskilde,
Denmark

- [9] Mc Lean M.
"Creep behaviour of high temperature metal matrix composites"
Division of materials applications, National physical laboratory,
Teddington, Middlesex TW 11 Olw, U.K.

- [10] De Silva A.R.T.
"Creep deformation and creep rupture of fibre reinforced composites"
ICCM 3, vol. 3, 1980, pp. 1115-1128

- [11] Min B.K.
"A plane stress formulation for elastic-plastic deformation of unidirectional composites"
J. Mech. Phys. Solids. vol. 29, n° 4, pp. 327-352, 1981

- [12] Le Nizerhy
"Comportement plastique des matériaux composites multicouches"
Thèse docteur-ingénieur, Paris, 1976

- [13] Hashin Z et Shtrikman S.
"A variational approach of the theory of the elastic behaviour of multiphase material"
J. Mech. Phys. Solids, vol. 11, n° 2, avril 1963, pp. 127-140

- [14] Chevalier Y. et Vinh T.
Comptes-rendus Ac. des Sciences, Paris, t. 271, pp. 1268-1271, déc. 1970 ; t. 273, pp. 735-738, oct. 1971

- [15] Duvaut G.
"Analyse fonctionnelle et mécanique des milieux continus"
méthode des éléments finis appliquée aux sciences de l'ingénieur,
I.N.R.I.A. (1978)

- [16] Leroux G.
"Etude du comportement élastique des structures composites"

- [17] Poss M.
"Endommagement et rupture des matériaux composites carbone-carbone"
Thèse de 3ème cycle, E.N.S.E.T., Paris VI, Juin 1982
- [18] Valentin D. et Bunsell A.R.
"Damage in carbon fibre reinforced epoxy resin produced during cyclic loading and monitored by acoustic emission"
fatigue and creep of composite materials, 3rd Risø, 1982
- [19] Aytac H., Renard J. et Verchery G
"Mesure de l'endommagement dans les matériaux composites à matrice résine par absorption hygroscopique différentielle"
J.N.C. 3, 3èmes journées nationales sur les composites, Paris, Sept. 1982
- [20] Vong T.S.
"Etude jusqu'à rupture en traction de stratifiés en matériau composite graphite epoxy T 300/5208 avec ou sans trou central"
E.N.S.T.A., rapport de recherche 137, Sept. 1980
- [21] Le Nizerhy D.
"Calcul à la rupture des matériaux composites multicouches"
Sciences et techniques de l'armement. 2ème fascicule 1978
- [22] Boehler J.P. et Raclin J.
"Critères de résistance des composites verre-résine sous états de contrainte complexes"
3èmes journées nationales sur les composites, J.N.C. 3, pp. 309-319, Paris, Sept. 1982
- [23] Chiav T.T. et Moore R.L.
"Stress-rupture of simple S-glass /epoxy composites "
Glass reinforced epoxy systems, vol. 2, material technology series 1974
- [24] "Glass, glass-fibers"
Handbook of tables for Applied Engineering science, pp. 132-138

- [25] "Caractéristiques mécaniques des renforts utilisés dans les matériaux composites"
Documentation de l'usine nouvelle sur les plastiques et les composites
- [26] Saucier H.
"Rhéologie des verres minéraux". Introduction à la rhéologie.
Chap. 7, par B. Persoz, Edit. Dunod
- [27] Guide des matières plastiques en mécanique
Edition du CETIM, vol. 1, Partie D, 1976
- [28] Hamelin P.
"Contribution à l'étude du comportement rhéologique de liants viscoélastiques en vue de l'analyse du fluage des matériaux composites utilisés sous forme de structures en génie civil"
Thèse d'Etat, Lyon I, 1979
- [29] "Le comportement mécanique des plastiques"
Revue française de mécanique, 1973, n° 46, 2ème trimestre
- [30] "Glass reinforced epoxy systems"
Materials technology series. vol. 2. 1974. Technomic Publication.
Edité par C.J. Hildado.
- [31] Mc Peak D.L.
"Peractic Acid and derivatives"
Union Carbide corp. 2ème Edition 1963
- [32] Shechter L., Wynstra J. et Karski R.P.
"Glycidil ether reactions with amines"
Ind. Eng. Chem., 48, n° 1, 94-97, 1956
- [33] Sargeant J.D.
"Creep of fibre reinforced thermosetting resins"
Royal aircraft establishment, Farnborough, Hants, U.K.

- [34] Koeneman J.B. et Kicher T.P.
"Creep behaviour of elastic fibre-epoxy matrix composite materials"
A.S.T.M. 2nd Conference. Avril 1971. Anaheim, Calif
- [35] Christensen R.M.
"Theory of viscoelasticity - an introduction"
Academic Press, New-York, 1971
- [36] Schapery R.A.
"On the characterization of non-linear viscoelasticity materials"
Polymer engineering and science, vol. 9, n° 4, 1969
- [37] Findley W.N., Adams C.H. et Worley W.J.
"The effect of temperature on the creep of two laminated plastics
as interpreted by the hyperbolic sine law and activation energy
theory"
A.S.T.M. proc. vol. 48, 1948
- [38] Findley W.N., Cho U.W. et Ding J.L.
"Creep of metals and plastics under combined stresses, a review"
A.S.M.E., Journal of engineering materials and technology, vol.
101, 1979
- [39] Eriksen R.H.
"Room temperature creep of kevlar 49/ epoxy laminates"
Composites, July, 1976
- [40] Lemaitre J. et Chaboche J.L.
"Aspect phénémologique de la rupture par endommagement"
J. de mécanique appliquée, vol. 3, 1978, pp. 317-360
- [41] Tsai S.W.
"Strenght characteristics of composite material"
NASA, C.R., 224, Avril 1965
- [42] Puck C.
Zur Beanspruchung und Verformung Von G.F.K. Mehrschichtenverbund
Bauclementen Kunststoffe (1967).

- [43] Greszczuk L.B.
"Effect of foreign inclusions on properties of solids"
Engineering mechanics division A.S.C.E., 92, 63-78, 1966
- [44] Reissner E. et Stavsky Y.
"Bending and stretching of certain types of heterogeneous anisotropic elastic plates"
Journal of Applied Mechanics, vol. 28, pp. 402-408, Sept. 1961
- [45] Hencky H.
"Über die Berücksichtigung der Schubverzerrung in ebenen Platten"
Ing. Arch., vol. 16, pp. 72-76, 1947
- [46] Uflyand S.
"Prikladnaya Matematika i Mekhanika, vol. 12, pp. 287-300, 1948
- [47] Mindlin R.D.
"Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates"
Journal of Applied Mechanics, vol. 18, pp. 31-38, 1951
- [48] Verchery G.
"Comportement des matériaux composites à fibres orientées"
Groupe commun de recherche ENSTA-ENSMP . Mécanique des Matériaux Composites, Rapport 015, Paris, 1973
- [49] Kicher T.P.
"Predicting structural behavior of composites"
Proceedings 26th Annual conference, S.P.I., Washington, 1971
- [50] Whitney J.M. et Leissa A.W.
"Analysis of heterogeneous anisotropic plates"
Journal of Applied Mechanics, vol. 36, June 1969
- [51] Durlofsky H. et Mayers J.
"The effects of interlaminar-shear on the bending and buckling of fiber-reinforced, composite flat and curved plates"
U.S.A. Avlabs, technical Report, 71.10, May 1971

- [52] Whitney J.M.
"The effect of transverse shear deformation on the bending of laminates plates"
Journal of composite materials, vol. 3, 1969
- [53] Pabiot J.
"Calculs de prévision des plastiques renforcés - influence de la mise en oeuvre et du type de renfort"
Verre textile - plastiques renforcés, n° 9, Novembre 1973
- [54] Smith C.S.
"Calculation of elastic properties of G.R.P. laminates for use in ship design"
Proceedings of the symposium on G.R.P. ship construction, London, Oct. 1972
- [55] Rondal J. et Vidouse F.
"Etude théorique et expérimentale du comportement des plaques en plastiques armés". Recherche subsidiée par l'I.R.S.I.A., Déc.1980
- [56] Bhatnagar A., Lakkad S.C., Ramesh C.K.
"Creep in high glass content unidirectional and bidirectional" G.R.P. laminates. (1981)
- [57] Koeneman J.B., Kicher T.P.
"Creep behavior of elastic fiber / epoxy matrix composite materials"
Composite materials, A.S.T.M. 497, 1972, pp. 503-515
- [58] Beckwith S.W.
"Creep evaluation of a glass / Epoxy composite"
S.A.M.P.E. quarterly, Janv. 1980
- [59] Wang C.S., Wang A.S.D.
"Creep behavior of glass-epoxy composite laminates under hygrothermal conditions"
I.C.C.M. 3, 1980, pp. 569-583

- [60] Griffith W.I.
"The accelerated characterization of viscoelastic composite materials"
Ph. D. dissertation, V.P.I. et S.U., Blacksburg, V.A., 1979

- [61] Lou Y.C. et Schapery R.A.
"Viscoelastic characterization of a non-linear fiber-reinforced plastic"
Journal of composite materials, vol. 5, 1971

- [62] Min B.K.
"A plane stress formulation for elastic-plastic deformation of unidirectional composites"
J. Mech. Phys. Solids, vol. 29, n° 4, pp. 327-352, 1981

- [63] Beckwith S.W.
"Viscoelastic characterization of a non-linear, glass/epoxy composite using micromechanics theory"
Presented at annual meeting of Jannaf, San Francisco, Fev. 1975

- [64] Pindera J.M. et Herakovich
"Influence of stress interaction on the behavior of off-Axis unidirectional composites"
Non encore publié.

- [65] Dillard D.A.
"Creep and creep rupture of laminated graphite/epoxy composites"
Ph. D. dissertation, V.P.I.-E-81-3, Blacksburg, Mars 1981

- [66] Bunsell A.R. et Valentin D.
"Suivi de l'endommagement des composites à fibres de carbone par émission acoustique"
Comptes-rendus. J.N.C. 3, Paris, Sept. 1982, pp. 131-140

- [67] Horgan C.O.
"On Saint-Venant's principle in plane anisotropic elasticity"
Journal of Elasticity, vol. 2, pp. 169-180, 1972

- [68] Choi I.
"End effects in plane anisotropic elasticity"
M.S. Thesis, University of Houston, 1977
- [69] Choi I et Horgan C.O.
"Saint-Venant's principle and End effects in anisotropic elasticity"
Journal of Applied Mechanics, pp. 424-430, Sept 1977
- [70] Johnson M.W. et Little R.W.
"The semi-infinite elastic strip"
Quarterly of Applied Mathematics, vol. 22, pp. 335-344, 1964
- [71] Pipes R.B. et Pagano N.J.
"Interlaminar stresses in composite laminates under uniform axial extension"
Journal of composite materials, vol. 4, pp. 538-548, Oct. 1970
- [72] Oplinger D.W., Parker B.S. et Chiang F.P.
"Edge-effect studies in fiber-reinforced laminates"
3rd S.E.S.A. International Congress on Experimental Mechanics,
Los Angeles, pp. 29-36, Mai 1973
- [73] Puppo A.H. et Evensen H.A.
"Interlaminar shear in laminated composites under generalized plan stress"
Journal of composite materials, vol. 4, pp. 204-220, avril 1970
- [74] Wang A.S.D. et Crossman F.W.
"Some new results on edge effect in symmetric composite laminates"
Journal of composite materials, vol. 11, pp. 92-106, Janv. 1977
- [75] Pagano N.J.
"Stress fields in composite laminates"
Int. J. Solids and Structures, vol. 14, pp. 385-400, 1978
- [76] Pagano N.J.
"Free edge stress fields in composite laminates"
Int. J. Solids and Structures, vol. 14, pp. 401-406, 1978

- [77] Pasano M.J. et Salpin J.C.
"Influence of End constraint in the testing of anisotropic bodies"
J. composite materials, Janv. 1968, pp. 18-31
- [78] Rosen B.W.
"A simple procedure for experimental determination of the longitudinal shear modulus of unidirectional composites"
Journal of composite materials, vol. 6, pp. 552-554, Oct. 1972
- [79] Vong T.S. et Phung C.
"Etude du test de torsion de barreaux composites à section rectangulaire"
Rapport de recherche 094, E.N.S.T.A., Déc. 1977
- [80] Hill R.
"The mathematical theory of plasticity"
Oxford University press, London, 1950
- [81] Tsai S.W. et Wu E.M.
"A general theory of strength for anisotropic materials"
J. composite materials, Janv. 1971, pp. 58-80
- [82] Sandhu R.S.
"Ultimate strength analysis of symmetric laminates"
A.F.F.D.L. - T.R. 73 - 137, 1974
- [83] Curutcharry J.
"Sur la détermination des constantes élastiques des matériaux composites par une méthode ultrasonore"
Bordeaux I, Thèse de Doctorat, 1974
- [84] Le Nizenny
"Propriétés élastiques et viscoélastiques des matériaux composites"
Projet final. Ecole Centrale des Arts et Manufactures, 1973
- [85] Vinh T.
"Sur la détermination des constantes élastiques des plaques de matériaux composite anisotrope renforcées de fibres unidirectionnelles"
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 270, pp. 1440-1443, Juin 1970

- [86] Chevalier Y.
"Contribution à l'étude des matériaux composites orthotropes"
Thèse présentée à la faculté des Sciences de Paris, 1971

- [87] Bourbion M.
"Détermination des constantes viscoélastiques des milieux anisotropes"
thèse de 3ème cycle, Faculté des Sciences de Paris, 1969

- [88] Fessler H. et Hyde T.H.
"Creep deformation of metals"
Creep of engineering materials, Pomeroy (ed.), Mechanical engineering publications Ltd, London, 1978



RESUME

La présente étude vise à apporter une contribution à la détermination des lois de comportement et de la modélisation rhéologique d'un matériau composite constitué d'un stratifié de tissus de verre et d'une matrice de résine époxy.

Le problème étudié est la modélisation du comportement homogène équivalent qui constitue une première étape nécessaire au calcul de structures composites.

La complexité du comportement du matériau étudié a exigé une étude expérimentale conséquente.

Des essais uniaxiaux de traction ou de compression ont été effectués suivant différentes orientations de la plaque composite afin de caractériser les propriétés mécaniques du matériau (modules d'Young, charges de rupture, allongements à la rupture, limites élastiques...). Des mesures par ondes ultrasonores ont confirmé les propriétés élastiques obtenues par ces premiers essais.

Pour l'étude du comportement à long terme des essais de fluage et de relaxation en traction uniaxiale ont été réalisés suivant différentes directions de la plaque, dans une gamme de température de 20°C à 80°C.

La modélisation mathématique du matériau est bâtie sur les comportements observés, mais aussi sur certaines idées intuitives du comportement local. L'hypothèse essentielle est le découplage entre le comportement en traction et en cisaillement, hypothèse qui permet d'expliquer la grande différence d'amplitude de déformation obtenue en fluage entre les essais effectués dans les directions de renforcement et les essais "hors-axes" d'une part, et d'autre part, cette hypothèse permet d'effectuer le passage des essais de fluage aux essais de relaxation.

Enfin, un modèle structure est proposé, il permet, à partir des lois de comportement du verre et de l'époxy dans la gamme de température de 20°C à 80°C :

- comportement élastique linéaire fragile pour le verre,
- comportement élastoviscoplastique pour l'époxy,

d'interpréter et de modéliser le comportement global du composite en traction, fluage et relaxation ; l'ensemble des résultats permettant le calcul de prévision du comportement du composite à long terme.

MOTS CLES

- Matériau composite
- Stratifié
- Tissus de verre, résine époxy
- Lois de comportement
- Modèle rhéologique
- Essais de traction
- Mesures par ultrasons
- Essais de fluage
- Essais de relaxation